

Suites

① - Introduction

n : rang de la suite
↳ antécédent

u_n : terme de rang n
↳ image $u(n)$

exemple : $u_n = 3n + 2$

Calculer le terme de rang 3.

$$u_3 = 3 \times 3 + 2 = 11$$

u_0 : premier terme

→ formule explicite

$$\hookrightarrow u_n = 3n + 2$$

→ formule récurrente

$$\hookrightarrow \begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + 2, \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

exemple : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2 \end{cases}$

Calculer le terme de rang 3.

$$u_1 = 3u_0 + 1 = 4$$

$$u_2 = 3u_1 + 1 = 13$$

$$u_3 = 3u_2 + 1 = 40.$$

②. Sens de variation

→ Comparer à 0 :

• calculer $u_{n+1} - u_n$



$$u_{n+1} - u_n > 0$$



(u_n) croissante



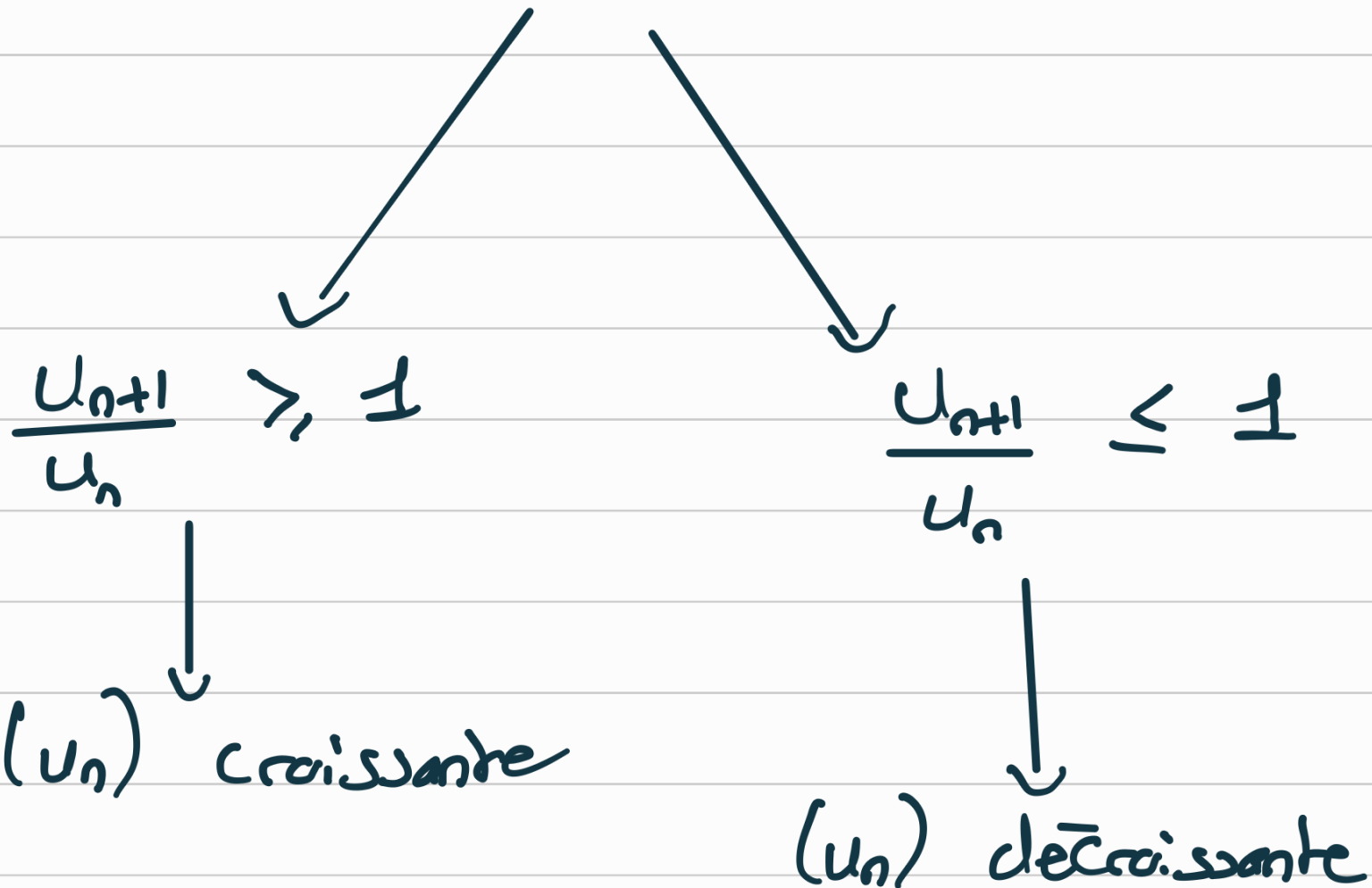
$$u_{n+1} - u_n \leq 0$$



(u_n) décroissante

→ comparer à 1 :

• calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$



→  formule explicite
uniquement.

$$u_n = f(n)$$

↳ faire le tableau de
variations de la fonction
sur $[0; +\infty[$.

exemple : $u_n = 3n + 2$

↳ $f(x) = 3x + 2, \underline{\underline{x \geq 0}}$

③ - Suites arithmétique

$$\rightarrow u_{n+1} = u_n + \textcircled{5}$$

c, raison

exemple :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + 5 \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

$$u_1 = 14 \quad \rightarrow \quad u_1 - u_0 = 11$$

X

$$u_2 = 47 \quad \rightarrow \quad u_2 - u_1 = 33$$

$$\rightarrow u_n = u_0 + n \times r \quad \heartsuit$$

$$\text{c, } u_n = u_p + (n-p) \times r$$

$$u_n = u_1 + (n-1) \times r$$

→ • $r > 0 \Rightarrow (u_n)$ croissante

• $r < 0 \Rightarrow (u_n)$ décroissante

→ $S = u_0 + \dots + u_n$

$$= \left(\frac{u_0 + u_n}{2} \right) \times (n+1)$$

↳ $S = u_p + \dots + u_n$

$$= \left(\frac{u_p + u_n}{2} \right) \times (n - p + 1)$$

$$S = u_1 + \dots + u_n$$

$$= \left(\frac{u_1 + u_n}{2} \right) \times n$$

④. Suites géométriques

$$\rightarrow u_{n+1} = u_n \times q$$

↳ raison

$$\rightarrow u_n = u_0 \times q^n$$

$$\hookrightarrow u_n = u_p \times q^{n-p}$$

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

$$\rightarrow \bullet u_0 > 0$$

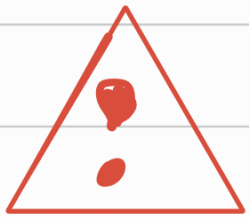
$$\square q > 1 \Rightarrow (u_n) \text{ croissante}$$

$$\square 0 < q < 1 \Rightarrow (u_n) \text{ décroissante}$$

- $u_0 < 0$

- $q > 1 \Rightarrow (u_n)$ décroissante

- $0 < q < 1 \Rightarrow (u_n)$ croissante



$q \leq 0 \Rightarrow$ La suite est non monotone.

$$\begin{aligned} \rightarrow S &= u_0 + \dots + u_n \\ &= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= u_p + \dots + u_n \\ &= u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \end{aligned}$$

$$S = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q} .$$