

Probabilités

• Formules des probabilités

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) P_A(B) + P(\bar{A}) P_{\bar{A}}(B) \end{aligned}$$

• A et B sont indépendants ssi $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

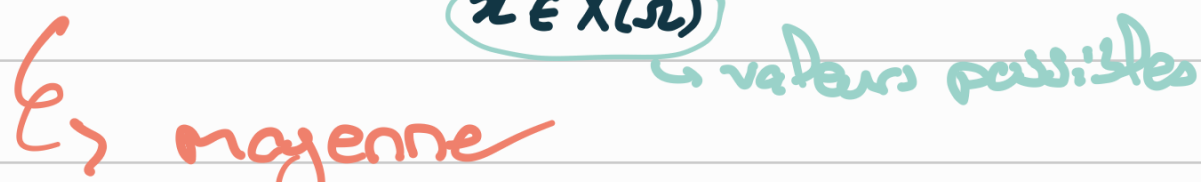
• A et B sont indépendants ssi $P_A(B) = P(B)$ ou $P_B(A) = P(A)$

Variables Aléatoires

- Loi d'une variable aléatoire est donnée par :

$$\rightarrow X(\Omega) = \{ \text{valeurs possibles} \}$$

$$\rightarrow \forall x \in X(\Omega), \mathbb{P}(X=x).$$

- $E[X] = \sum_{x \in X(\Omega)} x \mathbb{P}(X=x)$

↳ moyenne

- $V(X) = E[X^2] - E[X]^2$

$$\rightarrow E[X^2] = \sum_{x \in X(\Omega)} x^2 \mathbb{P}(X=x)$$

- $E[aX + b] = aE[X] + b$

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

- $V(aX + b) = a^2 V(X)$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$

↳ si X et Y sont indépendants

- **Diagramme Tchebychev**

$$P(|X - E(X)| \geq a) \leq \frac{V(X)}{a^2}$$

Glossaire

- Loi de Bernoulli:

$$X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$$

$$X(\Omega) = \{0; 1\}$$

$$\mathbb{P}(X=1) = p \quad \mathbb{P}(X=0) = 1-p$$

$$E[X] = p \quad V(X) = p(1-p).$$

• Loi Binomiale

$$X \sim \mathcal{B}(n, p)$$

$$X(\Omega) = \{0, \dots, n\}$$

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\text{c, } \forall k \in \{0, \dots, n\}$$

$$E[X] = np \quad V(X) = np(1-p).$$

- Loi Uniforme

$$X \subset \mathcal{U}(\underbrace{\{1, \dots, n\}}_{\text{ensemble}})$$

$$X(\omega) = \{1, \dots, n\}$$

$$P(X = k) = \frac{1}{n}$$

$$\text{c, } \forall k \in \{1, \dots, n\}$$

$$E[X] = \frac{n+1}{2}$$

$$V(X) = \frac{n^2 - 1}{12}$$

• Loi Géométrique

$$X \hookrightarrow \mathcal{G}(p) \quad 0 < p < 1$$

$$X(\Omega) = \mathbb{N}^*$$

$$\mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^{k-1}$$

$$\text{c, } \forall k \in \mathbb{N}^*.$$

$$E[X] = \frac{1}{p} \quad V(X) = \frac{1-p}{p^2}$$