

Matrices

① - Introduction

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$n \times n$

coefficients de la matrice

taille de la matrice
= nombre de lignes $\times$ nombre de colonnes.

si nb lignes = nb colonnes
alors on parle de matrice carrée

on note l'ensemble des
matrice de taille $m \times p$ à
coefficients réels :

$$\mathcal{M}_{mp}(\mathbb{R})$$

$$\hookrightarrow n \times n \Rightarrow \mathcal{M}_n(\mathbb{R}).$$

② - Opérations

$$\bullet \underbrace{A + B}_{\substack{m \times n \quad m \times n}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$$



$$= \begin{pmatrix} a+a' & b+b' \\ c+c' & d+d' \end{pmatrix}.$$

$$\bullet \underbrace{k}_{\in \mathbb{R}} A = k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$$

- $A \times B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$

$m \times n \times n \times p$
 $m \times p$

$\begin{pmatrix} aa'+bc' & ab'+bd' \\ ca'+dc' & cb'+dd' \end{pmatrix}$



- $A^n = \underbrace{A \times \dots \times A}_{n \text{ fois}}$

③ - Inverse

- une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est inversible s'il existe $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ telle que :

$$AB = I_n = BA.$$

$$\text{ai } I_n = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \det(A) = ad - bc \right.$$

$$A \text{ invertible} \Leftrightarrow \det(A) \neq 0$$

