

Géométrie

Exercice 2

Dans le repère orthonormé $(O; I, J)$ on considère les points $A(3; 2)$ et $B(-5; -3)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) puis les coordonnées d'un vecteur normal à cette droite.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point $C\left(-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right)$.
3. Quelles sont les coordonnées du point C' symétrique du point C par rapport à la droite (AB) .

1) méthode : pour déterminer une équation cartésienne d'une droite il faut :

→ un vecteur directeur/normal

→ un point.

$$\vec{AB}(-5-3; -3-2)$$
$$\vec{AB}(-8; -5)$$

$$(AB) : -5x + 8y + c = 0$$

$$A \in (AB) \Leftrightarrow -5 \times 3 + 8 \times 2 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow -15 + 16 + c = 0$$

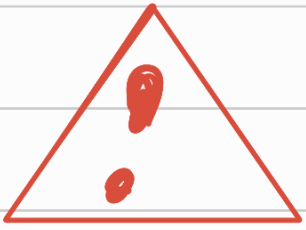
$$\Leftrightarrow 1 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = -1$$

$$\text{donc } (AB) : -5x + 8y - 1 = 0$$

$$\vec{u}(-8; -5) \rightarrow \text{directeur}$$

$$\vec{n}(-5; 8) \rightarrow \text{normal}$$



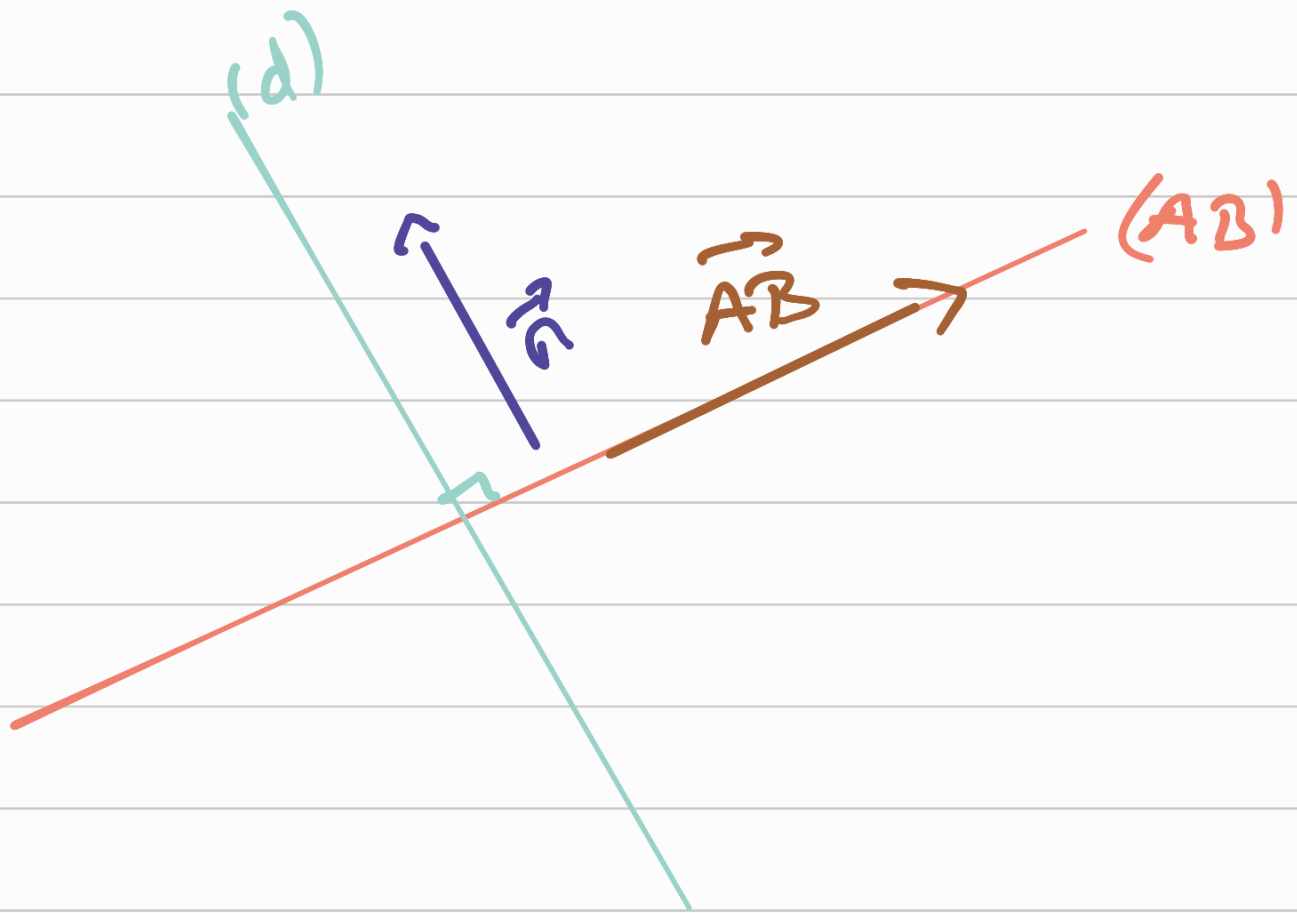
$$\vec{u} (-b; a)$$

$$\vec{n} (a; b)$$

→ **vecteur directeur** : utilise quand on te demande une équation cartésienne "classique" et/ou une équation cartésienne de droite parallèle.

→ **vecteur normal** : utilise quand on te demande une équation cartésienne de droite perpendiculaire.

2)



- $\vec{AB}$ devient vecteur normal de (d) .

$$(d) : -8x - 5y + c = 0$$

$$C\left(-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right) \in (d)$$

$$\hookrightarrow -8x - \frac{7}{2} - 5 \times \frac{7}{2} + c = 0$$

$$28 - 17,5 + c = 0$$

$$10,5 + c = 0$$

$$c = -10,5$$

$$(d) : -8x - 5y - \frac{21}{2} = 0$$

- $\vec{n}$ devient vecteur directeur de (d).

$$(d) : 8x + 5y + c = 0$$

$$C\left(-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right) \in (d).$$

$$8x - \frac{7}{2} + 5x \frac{7}{2} + c = 0$$

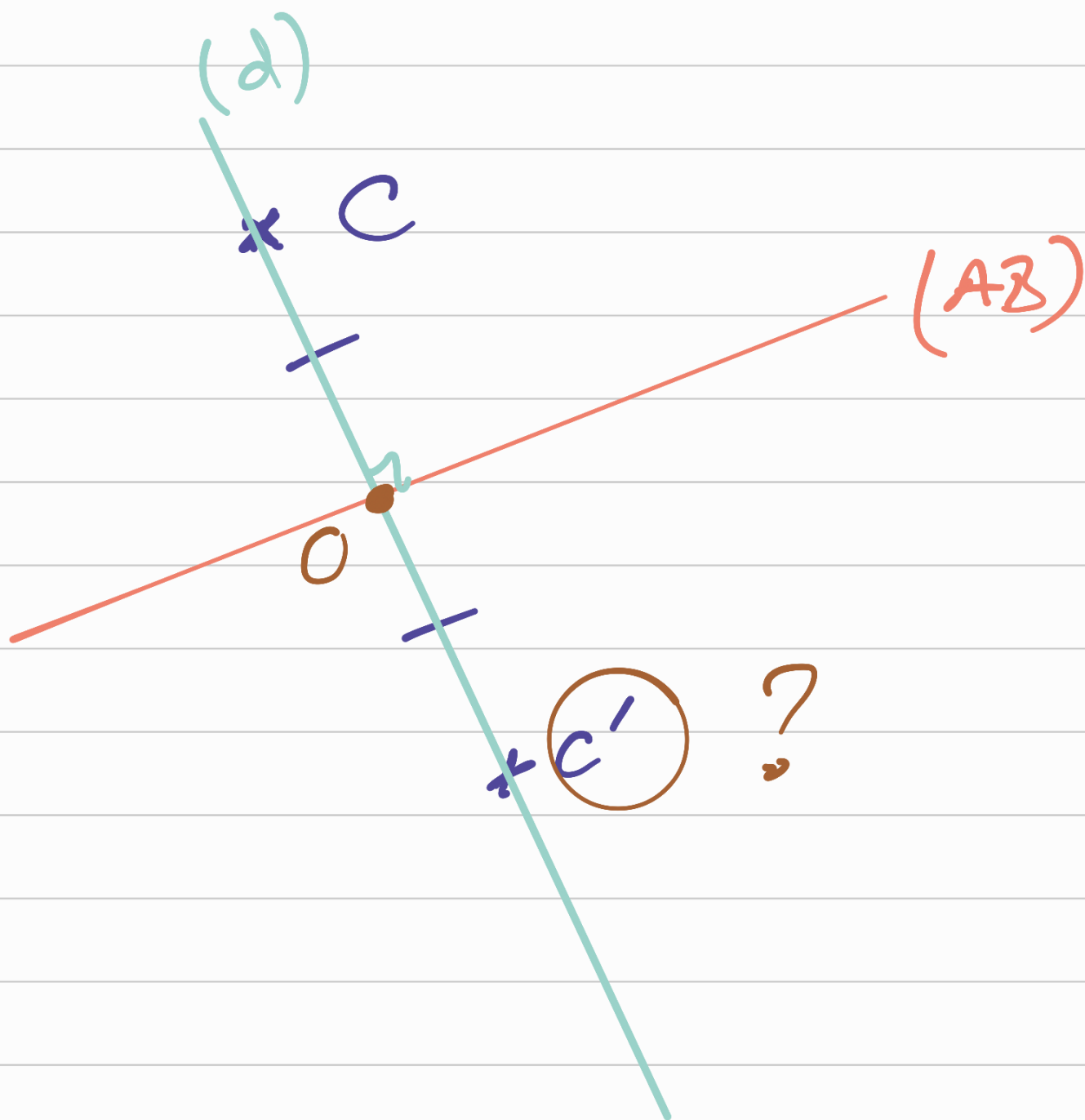
$$-28 + 5 \times \frac{7}{2} + c = 0$$

$$-10, 5 + c = 0$$

$$c = -10, 5 = \frac{21}{2}$$

$$(d): 8x + 5y + \frac{21}{2} = 0$$

3)



$$\begin{cases} -5x + 8y - 1 = 0 \\ 8x + 5y + \frac{21}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 8y = 1 \\ 8x + 5y = \frac{21}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 8y = 1 \\ x = -\frac{21}{16} - \frac{5}{8}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5\left(-\frac{21}{16} - \frac{5}{8}y\right) + 8y = 1 \\ x = -\frac{21}{16} - \frac{5}{8}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{105}{16} + \frac{25}{8}y + 8y = 1 \\ x = -\frac{21}{16} - \frac{5}{8}y. \end{cases}$$

$$\left\{ \frac{105}{16} + \frac{89}{8} y = 1 \right.$$

$$x = -\frac{21}{16} - \frac{5}{8} y$$

$$\left\{ \frac{89}{8} y = 1 - \frac{105}{16} = -\frac{89}{16} \right.$$

$$x = -\frac{21}{16} - \frac{5}{8} y$$

$$\left\{ y = \frac{-\frac{89}{16}}{\frac{89}{8}} = -\frac{1}{2} \right.$$

$$x = -\frac{21}{16} - \frac{5}{8} y$$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{21}{16} - \frac{5}{8} \times -\frac{1}{2} = -1 \end{cases}$$

donc $O\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$

O milieu $[CC']$

$\hookrightarrow O\left(\frac{x_c + x_{c'}}{2}; \frac{y_c + y_{c'}}{2}\right)$

(Note: Red arrows point to the numerators with labels $-7/2$ and $7/2$)

et $O\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$

$$\bullet \frac{-\frac{7}{2} + x_c'}{2} = -1$$

$$-\frac{7}{2} + x_c' = 2$$

$$x_c' = 2 + \frac{7}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\bullet \frac{\frac{7}{2} + y_c'}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{2} + y_c' = -\frac{1}{2} \times 2 = -1$$

$$y_c' = -1 - \frac{7}{2} = -\frac{9}{2}$$

done $C'(\frac{11}{2}; -\frac{9}{2})$.