

Intégration

A savoir :

→ page 122-123 : tableaux à apprendre ♥

→ $x^3 \xrightarrow{\text{dérive}} 3x^2 \quad F' = f$

$\xrightarrow{\text{primitive}}$

→
$$\int_a^b f(x) dx = \left[F(x) \right]_a^b$$

$$= F(b) - F(a)$$

→ I.P.P. :

$$\int u'v = [uv] - \int uv'$$

exercice 54:

- $f_1(x) = x^2$

↳ $F_1(x) = \frac{1}{3} x^3$

- $f_2(x) = \frac{1}{x}$

↳ $F_2(x) = \ln(|x|)$

- $f_3(x) = 2x \cdot e^{x^2}$

$u' e^u \xrightarrow{\text{primitive}} e^u$

$$F_3(x) = e^{x^2}$$

$$\bullet \int_4(x) = \frac{4x^3}{(1+x^4)^2}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow F_4(x) &= -\frac{1}{2-1} \times \frac{1}{(1+x^4)^{2-1}} \\ &= -\frac{1}{1+x^4} \end{aligned}$$

$$\frac{u'}{u} \xrightarrow{\text{primitive}} \ln(|u|)$$

exemple :

$$f_4(x) = \frac{x^3}{(1+x^4)^2}$$

$$\hookrightarrow F_4(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{1+x^4}$$

exercice 55:

1) f est bien définie et continue sur $\mathbb{R}$.

$$F(x) = \ln(\underbrace{x^2 + 1}_{\geq 1 \text{ sur } \mathbb{R}})$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

2) $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$

$$= \left[\ln(x^2+1) \right]_0^1$$

$$= \ln(1^2+1) - \ln(0^2+1)$$

$$= \ln(2) - \ln(1)$$

$$= \ln(2).$$

exercice 57 :

$$\int_1^e \underbrace{x}_{\text{primitive}} \overbrace{\ln(x)}^{\text{dérive}} dx$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 \ln(x) \right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{2} x^2 \times \frac{1}{x} dx$$

$$= \left(\frac{1}{2} e^2 \ln(e) - \underbrace{\frac{1}{2} \times \ln(1)}_{=0} \right)$$

$$- \frac{1}{2} \int_1^e x dx$$

$$= \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^e$$

$$= \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$$