

On compte quatre groupes sanguins dans l'espèce humaine : A, B, AB et O.

Chaque groupe sanguin peut présenter un facteur rhésus. Lorsqu'il est présent, on dit que le rhésus est positif, sinon on dit qu'il est négatif.

Au sein de la population française, on sait que :

- 45% des individus appartiennent au groupe A, et parmi eux 85% sont de rhésus positif ;
- 10% des individus appartiennent au groupe B, et parmi eux 84% sont de rhésus positif ;
- 3% des individus appartiennent au groupe AB, et parmi eux 82% sont de rhésus positif.

On choisit au hasard une personne dans la population française.

On désigne par :

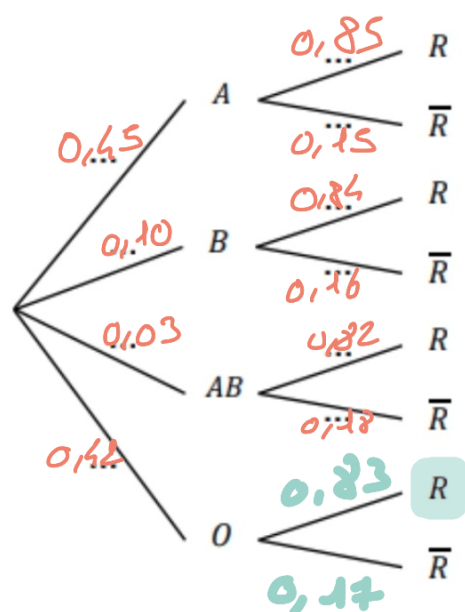
- A l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin A » ;
- B l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin B » ;
- AB l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin AB » ;
- O l'évènement « La personne choisie est de groupe sanguin O » ;
- R l'évènement « La personne choisie a un facteur rhésus positif ».

Pour un événement quelconque E , on note $\bar{E}$ l'évènement contraire de E et $P(E)$ la probabilité de E .

1. Recopier l'arbre ci-dessous en complétant les dix pointillés.

Pour un événement quelconque E , on note $\bar{E}$ l'évènement contraire de E et $P(E)$ la probabilité de E .

1. Recopier l'arbre ci-dessous en complétant les dix pointillés.



2. Montrer que $P(B \cap R) = 0,084$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On précise que $P(R) = 0,8397$.

Montrer que $P_O(R) = 0,83$.

4. On dit qu'un individu est « donneur universel » lorsque son sang peut être transfusé à toute personne sans risque d'incompatibilité.

Le groupe O de rhésus négatif est le seul vérifiant cette caractéristique.

Montrer que la probabilité qu'un individu choisi au hasard dans la population française soit donneur universel est de 0,0714.

$$2) \mathbb{P}(B \cap R) = 0,10 \times 0,84 \\ = 0,084$$

$\cap \leftrightarrow$ et

$\cup \leftrightarrow$ ou

Donc 8,4 % de la population est du groupe B^+ .

3) D'après la formule des probabilités totales :

$$\mathbb{P}(R) = \mathbb{P}(A \cap R) + \mathbb{P}(B \cap R) \\ + \mathbb{P}(AB \cap R) + \mathbb{P}(O \cap R).$$

$$= \pi(A) \pi_A(\mathbb{R}) + \pi(B) \pi_B(\mathbb{R}) \\ + \pi(AB) \pi_{AB}(\mathbb{R}) + \pi(0) \pi_0(\mathbb{R})$$

$$= 0,45 \times 0,85 + 0,10 \times 0,84 \\ + 0,03 \times 0,82 + 0,42 \times \pi_0(\mathbb{R})$$

$$= 0,4911 + 0,42 \times \pi_0(\mathbb{R})$$

d'où :

$$0,8397 = 0,4911 + 0,42 \pi_0(\mathbb{R})$$

$$0,3486 = 0,42 \pi_0(\mathbb{R})$$

donc $\pi_0(\mathbb{R}) = 0,83$

$$4) \pi(0 \cap \overline{R}) = \pi(0) \pi_0(\overline{R})$$

$$= 0,42 \times 0,17$$

$$= 0,0714$$

Exercice 2 (5 points)

Une entreprise qui fabrique des jouets doit effectuer des contrôles de conformité avant leur commercialisation. Dans cet exercice, on s'intéresse à deux tests effectués par l'entreprise : un test dit de fabrication et un test dit de sécurité.

À la suite d'un grand nombre de vérifications, l'entreprise affirme que :

- 95% des jouets réussissent le test de fabrication;
- parmi les jouets qui réussissent le test de fabrication, 98% réussissent le test de sécurité;
- 1% des jouets ne réussissent aucun des deux tests.

On choisit au hasard un jouet parmi les jouets produits. On note :

- F l'événement: «le jouet réussit le test de fabrication»;
- S l'événement: «le jouet réussit le test de sécurité».

Partie A

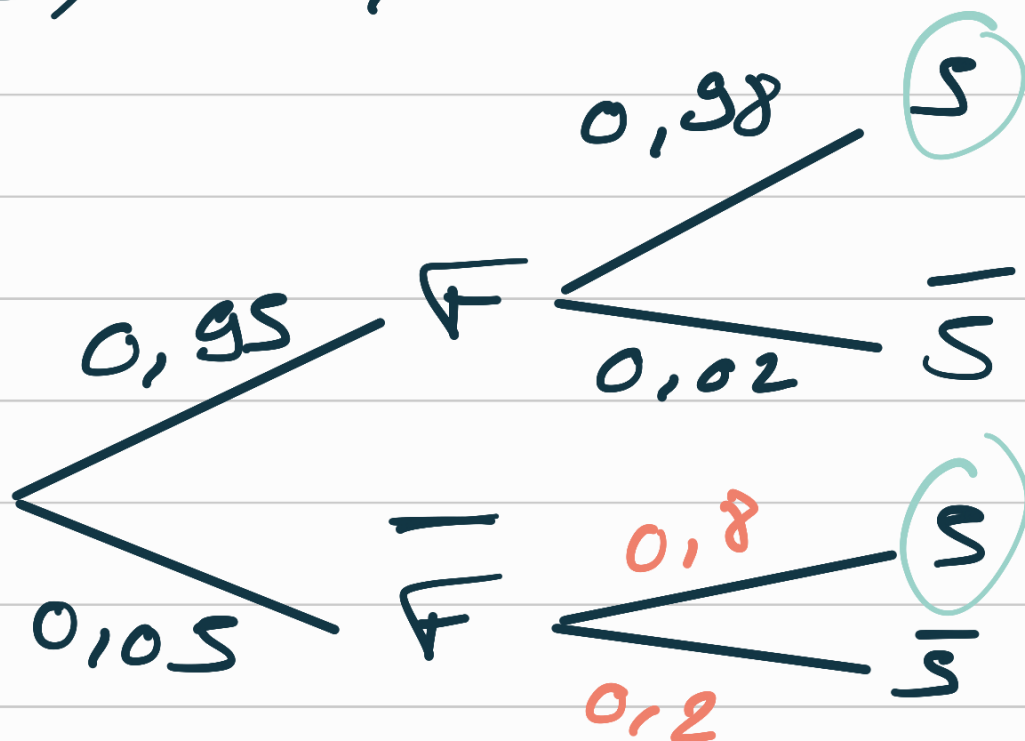
1. À partir des données de l'énoncé, donner les probabilités $P(F)$ et $P_F(S)$.
2. a. Construire un arbre pondéré qui illustre la situation avec les données disponibles dans l'énoncé.

b. Montrer que $P_{\bar{F}}(\bar{S}) = 0,2$.
3. Calculer la probabilité que le jouet choisi réussisse les deux tests.
4. Montrer que la probabilité que le jouet réussisse le test de sécurité vaut 0,97 arrondi au centième.
5. Lorsque le jouet a réussi le test de sécurité, quelle est la probabilité qu'il réussisse le test de fabrication? Donner une valeur approchée du résultat au centième.

1) $P(F) = 0,95$

$P_F(S) = 0,98$

2) a)



$$b) P_{\bar{F}}(S) = \frac{P(\bar{S} \cap \bar{F})}{P(\bar{F})}$$

$$= \frac{0,01}{0,05}$$

$$= 0,2.$$

$$3) P(F \cap S) = P(F) P_{\bar{F}}(S)$$

$$= 0,95 \times 0,98$$

$$= 0,931$$

4) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) = P(F \cap S) + P(\bar{F} \cap S)$$

$$= 0,931 + 0,05 \times 0,8$$

$$= 0,971$$

$$\approx 0,97$$

$$5) \quad P_S(F) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)}$$

$$= \frac{0,931}{0,97}$$

$$\approx 0,96$$

Pour accéder au réseau privé d’une entreprise depuis l’extérieur, les connexions des employés transitent aléatoirement via trois serveurs distants différents, notés A, B et C. Ces serveurs ont des caractéristiques techniques différentes et les connexions se répartissent de la manière suivante :

- 25% des connexions transitent via le serveur A;
- 15% des connexions transitent via le serveur B;
- le reste des connexions s’effectue via le serveur C.

Les connexions à distance sont parfois instables et, lors du fonctionnement normal des serveurs, les utilisateurs peuvent subir des déconnexions pour différentes raisons (saturation des serveurs, débit internet insuffisant, attaques malveillantes, mises à jour de logiciels, etc.).

On dira qu’une connexion est stable si l’utilisateur ne subit pas de déconnexion après son identification aux serveurs. L’équipe de maintenance informatique a observé statistiquement que, dans le cadre d’un fonctionnement habituel des serveurs :

- 90% des connexions via le serveur A sont stables;
- 80% des connexions via le serveur B sont stables;
- 85% des connexions via le serveur C sont stables.

Les parties A et B sont indépendantes l’une de l’autre et peuvent être traitées séparément.

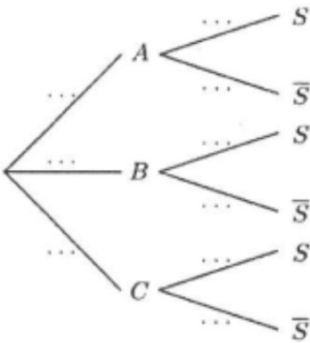
Partie A

On s’intéresse au hasard à l’état d’une connexion effectuée par un employé de l’entreprise. On considère les événements suivants :

- A : « La connexion s’est effectuée via le serveur A »;
- B : « La connexion s’est effectuée via le serveur B »;
- C : « La connexion s’est effectuée via le serveur C »;
- S : « La connexion est stable ».

On note $\bar{S}$ l’événement contraire de l’événement S .

1. Recopier et compléter l’arbre pondéré ci-dessous modélisant la situation de l’énoncé.



2. Démontrer que la probabilité que la connexion soit stable et passe par le serveur B est égale à 0, 12.
3. Calculer la probabilité $P(C \cap \bar{S})$ et interpréter le résultat dans le contexte de l’exercice.
4. Démontrer que la probabilité de l’événement S est $P(S) = 0, 855$.
5. On suppose désormais que la connexion est stable. Calculer la probabilité que la connexion ait eu lieu depuis le serveur B. On donnera la valeur arrondie au millième.

Exercice 1 (6 points)

Cet exercice est constitué de trois parties indépendantes.

Un magasin est équipé de caisses automatiques en libre-service où le client scanne lui-même ses articles. Le logiciel d'une caisse déclenche régulièrement des demandes de vérification. Un employé du magasin effectue alors un contrôle.

Partie A

Le contrôle peut être :

- soit « total » : l'employé du magasin scanne alors à nouveau l'ensemble des articles du client;
- soit « partiel » : l'employé choisit alors un ou plusieurs articles du client pour vérifier qu'ils ont bien été scannés.

Si un contrôle est déclenché, il s'agit une fois sur dix d'un contrôle total.
En cas de contrôle total, une erreur du client est détectée dans 30% des cas.
En cas de contrôle partiel, il n'y a pas d'erreur détectée dans 85% des cas.

Un contrôle est déclenché à une caisse automatique.
On considère les événements suivants :

- T : « Le contrôle est un contrôle total » ;
- E : « Une erreur est détectée lors du contrôle ».

On notera $\overline{T}$ et $\overline{E}$ les événements contraires de T et E .

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation puis déterminer $P\left(\overline{T} \cap E\right)$.
2. Calculer la probabilité qu'une erreur soit détectée lors du contrôle.
3. Déterminer la probabilité qu'un contrôle total ait été effectué, sachant qu'une erreur a été détectée. *On donnera la valeur arrondie au centième.*