

# Suites

## Exercice 7

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 6$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = -2u_n + 3$

1. a. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$   
~~b. La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? géométrique ?~~
2. On pose, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = u_n - 1$   
Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $-2$ .
3. En déduire, pour tout entier naturel  $n$ , l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis celle de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$$2) \quad v_{n+1} = u_{n+1} - 1 \quad (1)$$

$$= -2u_n + 3 - 1 \quad (2)$$

$$= -2u_n + 2$$

$$= -2 \left( u_n + \frac{2}{-2} \right) \quad (3)$$

$$= -2(u_n - 1)$$

$$= -2v_n. \quad (4)$$

donc  $(v_n)$  est géométrique de raison  $-2$  et de premier terme  $v_0 = u_0 - 1 = 6 - 1 = 5$ .

$$\begin{aligned} 3) \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n &= v_0 \times q^n \\ &= 5 \times (-2)^n \end{aligned}$$

on a :

$$v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = v_n + 1$$

donc :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 5 \times (-2)^n + 1$$

## EXERCICE 4

### Suite arithmético-géométrique

(5 points)

Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_0 = 7$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0,5u_n + 3$ .

On pose  $v_n = u_n - 6$

- 1) a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.  
b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
c) Donner une valeur approchée de  $u_8$  à  $10^{-3}$  près.  
~~Que peut-on conjecturer sur la limite de la suite ? Justifier.~~
- 2) On note  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{100}$ .
  - a) Déterminer la valeur exacte de  $S$  puis une valeur approchée.
  - b) En déduire une valeur approchée de la somme  $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$ .

2) a)  $S = v_0 + \dots + v_{100}$

$$\begin{aligned} S &= \underbrace{u_0 + \dots + u_n}_{u_1} \\ &= \underbrace{u_0}_{u_1} \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \end{aligned}$$

$$S = u_p + \dots + u_n = u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$

$$S = 1 \times \frac{1 - 0,5^{101}}{1 - 0,5}$$

$$\approx 2$$

## EXERCICE 4

### Suite arithmético-géométrique

(5 points)

Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} u_0 = 800 \\ u_{n+1} = 0,6u_n + 400 \end{cases}$$

1) a) Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

b) ~~La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? géométrique ? Pourquoi ?~~

2) On pose  $v_n = u_n - 1\,000$ .

a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme  $v_0$ .

b) Déterminer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

c) Quelle est la limite de la suite  $(u_n)$  ?