

Exercice 2 (5 points)

Un artisan fabrique des boîtes à bijoux en bois. Il peut en fabriquer 200 par mois maximum. On suppose que toutes les boîtes à bijoux que l'artisan fabrique sont vendues. Grâce à un logiciel de mathématiques, on a réussi à modéliser le coût de fabrication en euros de x boîtes. La fonction coût C est définie par : $C(x) = 0,23x^2 + 4x + 300$.

1. Déterminer $C(0)$ puis interpréter votre résultat. (0,5 pt)
2. Quel est le coût de fabrication pour 30 boîtes à bijoux fabriquées ? (0,5 pt)

Une boîte est vendue 50 € pièce. On note $R(x)$ la recette, en euros, engendrée par la vente de x boîtes.

3. Exprimer $R(x)$ en fonction de x . $\rightarrow R(x) = 50x$ (0,5 pt)
4. Montrer que le bénéfice, en euros, engendrée par la vente de x boîtes est donnée par la fonction B définie sur $[0; 200]$ par $B(x) = -0,23x^2 + 46x - 300$. $\rightarrow R(x) - C(x)$ (0,5 pt)
5. Calculer $B(5)$ puis interpréter votre résultat. (0,5 pt)
6. Combien de boîtes à bijoux doit fabriquer l'artisan s'il souhaite faire un bénéfice maximum? (0,5 pt)
7. L'artisan espère faire un bénéfice de 2 500 €. Est-ce possible ? Si oui, combien de boîtes devra-t-il fabriquer pour atteindre cet objectif ? Si non, expliquer pourquoi. (1 pt)

$$B'(x) = -0,46x + 46$$

$$-0,46x + 46 \geq 0$$

$$-0,46x \geq -46$$

$$x \leq \frac{-46}{-0,46} = 100$$

Exponentielle

$$\begin{cases} (e^x)' = e^x \\ e^0 = 1 \end{cases}$$

d'unique
fonction

$$\cdot e^x > 0$$

$$\cdot e^x \nearrow$$

$$\cdot e^1 = e$$

$$\cdot (e^u)' = u' e^u$$

$$\cdot e^{a+b} = e^a \times e^b$$

$$\cdot e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

$$\cdot (e^a)^n = e^{na}$$

$$\cdot \frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$$

$$\cdot e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$$

$$\cdot e^a > e^b \Leftrightarrow a > b$$

$$5. (\exp(4x))^3 \times \exp(5x)$$

$$6. (\exp(x))^2 \times \exp(-x)$$

$$7. (\exp(2x))^{-3} \times (\exp(3x))^2$$

$$8. \frac{\exp(5x) \times \exp(2x)}{\exp(7x) \times \exp(3x)}$$

$$9. \frac{\exp(-2x) \times \exp(4x)}{\exp(5x) \times \exp(-6x)}$$

$$10. \frac{\exp(x-3) \times \exp(4x)}{\exp(1-3x)}$$

$$5) (e^{4x})^3 \times e^{5x} = e^{17x}$$

$$6) (e^x)^2 \times e^{-x} = e^x$$

$$7) (e^{2x})^{-3} \times (e^{3x})^2 = 1$$

$$8) \frac{e^{5x} \times e^{2x}}{e^{7x} \times e^{3x}} = e^{-3x}$$

$$9) \frac{e^{-2x} \times e^{4x}}{e^{5x} \times e^{-6x}} = e^x$$

$$10) \frac{e^{x-3} \times e^{4x}}{e^{1-5x}} = e^{8x-4}$$

Exercice 2 D'après Bac ES Liban 2019

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4, 10]$ par :

$$f(x) = 1 + (-4x^2 - 10x + 8)e^{-0,5x}$$

1. On note f' la fonction dérivée de f .

Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-4; 10]$:

$$f'(x) = (2x^2 - 3x - 14)e^{-0,5x}$$

2. Dresser, en justifiant, le tableau des variations de f sur l'intervalle $[-4; 10]$.

On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.

$$\begin{aligned} f'(x) &= (-8x - 10)e^{-0,5x} \\ &\quad + (-4x^2 - 10x + 8)x^{-0,5}e^{-0,5x} \\ &= e^{-0,5x}(-8x - 10 + 2x^2 + 5x - 4) \\ &= e^{-0,5x}(2x^2 - 3x - 14) \end{aligned}$$

x	-4	-2	$\frac{7}{2}$	10	
g'	$+$	$\bigcirc$	$-$	$\bigcirc$	$+$

