

Functions

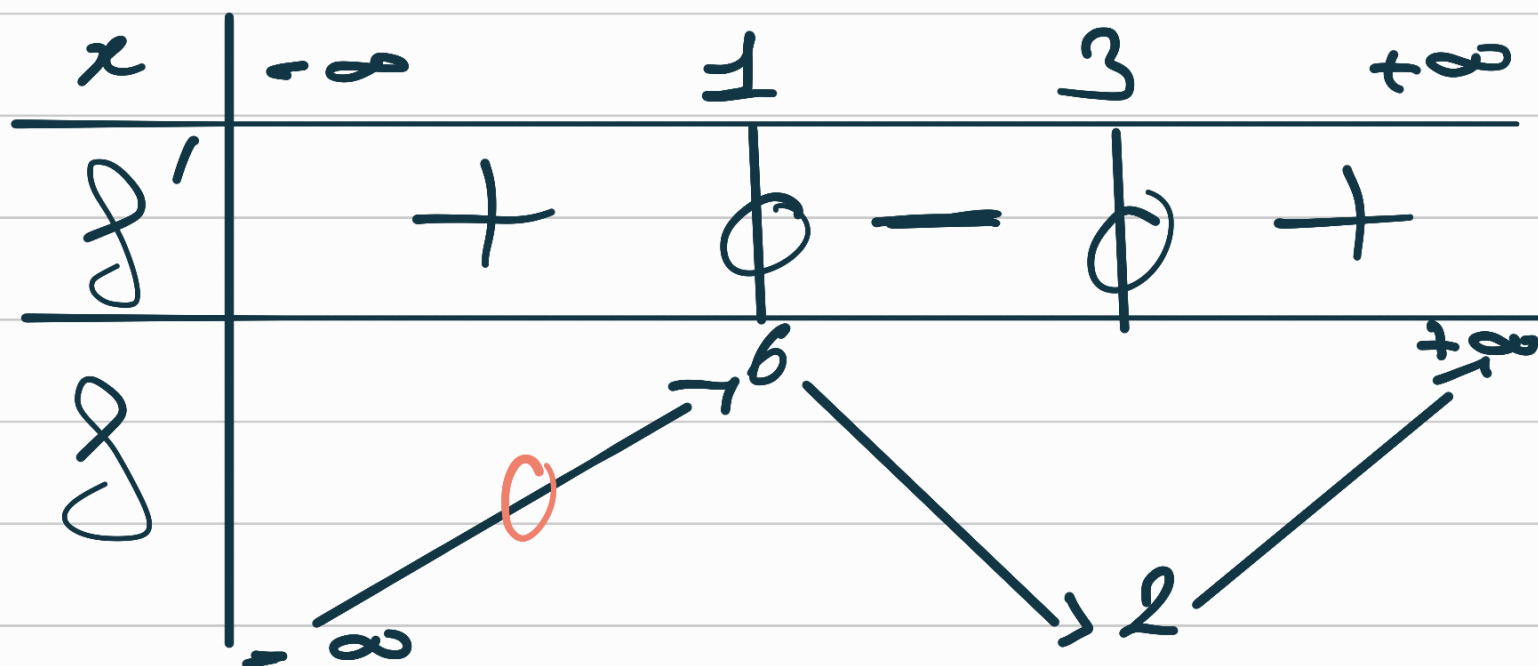
exercice 10:

1) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

2) $\Delta = b^2 - 4ac = 36 > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 3$$



3) $\rightarrow f$ est continue sur $]-\infty; 1]$

$\rightarrow f$ est strict. croissante sur $]-\infty; 1]$

$$\rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty < 0 \\ f(1) = 6 > 0 \end{cases}$$

donc d'après le théorème de la bijection l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]-\infty; 1]$.

De plus, $f(x) > 0$ sur $[1; +\infty[$

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$.

exercice 11:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \times +\infty = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$$

F.I

0 x + \infty

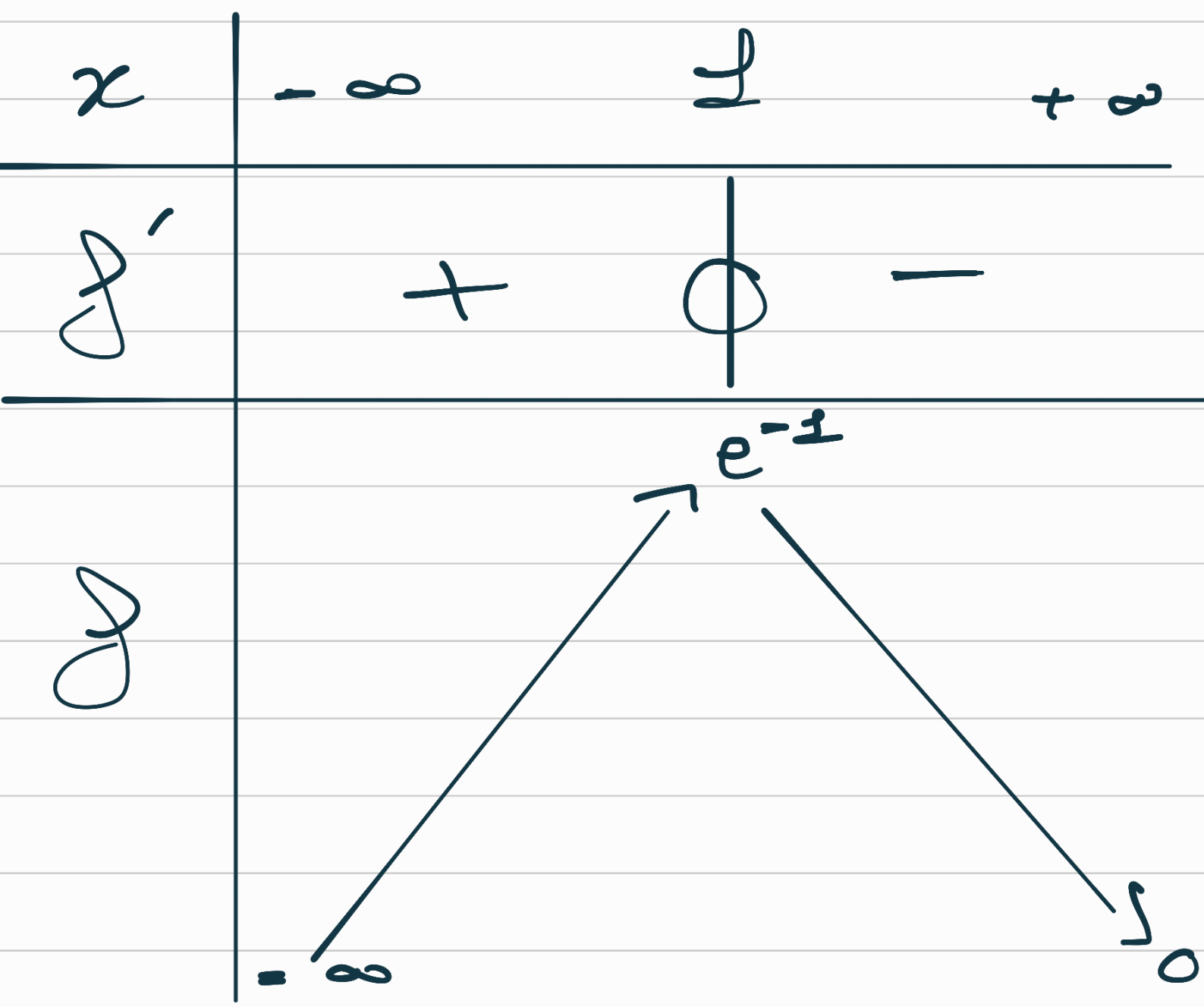
par croissance comparée,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$

$$2) f'(x) = 1xe^{-x} + \underbrace{x - 1}_{>0} e^{-x}$$

$$= \underbrace{e^{-x}}_{>0} \underbrace{(1-x)}_{>0}$$

$$> 1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$$



Théorème de Rolle :

- f continue sur $[a; b]$
- f dérivable sur $]a; b[$
- $f(a) = f(b)$.

Donc : $\exists c \in]a; b[$ tel que
 $f'(c) = 0$

exercice 13 :

$$f(x) = x^4 - 4x^2.$$

1) $f(2) = 16 - 16 = 0$

$$f(-2) = 16 - 16 = 0$$

donc $f(2) = f(-2) = 0$

- 2) • f est continue $[-2; 2]$
- f est dérivable $] -2; 2[$
 - $f(2) = f(-2) = 0$.

donc d'après le théorème de Rolle il existe un réel $c \in] -2; 2[$ tel que $f'(c) = 0$.

3) $[-a; a]$, $a \in \mathbb{R}$

Et $f(-a) = f(a)$

donc il en existent une infinité.

Théorème des accroissements finis :

- f continue sur $[a; b]$
- f dérivable sur $]a; b[$.

Alors il existe $c \in]a; b[$ tel que :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

exercice 15:

$$f(x) = \sqrt{1-x} \quad | \quad f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}} \quad | \quad f'(0) = -\frac{1}{2}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x - 1x \frac{1}{(1-x)^{3/2}}$$

$$= -\frac{1}{4}x \frac{1}{(1-x)^{3/2}}$$

$$2. \quad f''(0) = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Taylor : } f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots$$

$$f(x) = \boxed{1 - \frac{1}{2}x} - \frac{1}{8}x^2 + \dots$$

↓
tangente.

 ↓
position.

$\angle 0$
 $x^2 \rightarrow$ pair

donc $T_0 f: y = 1 - \frac{1}{2}x$

et la tangente est au-dessus de la courbe.