

Analyse

exercice :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x - 5}.$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

$$2x - 5 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad x = \frac{5}{2}$$

$$\text{donc } D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

2) Calculer la dérivée

$$f'(x) = \frac{2x(2x-5) - (x^2-4) \times 2}{(2x-5)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 10x + 8}{(2x-5)^2}$$

3) Déterminer le tableau de variation

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	4	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

4) Donner l'équation de la tangente à E_f au point d'abscisse 3.

$$y = f'(3)(x-3) + f(3)$$

$$y = -4(x-3) + 5$$

$$y = -4x + 12 + 5$$

donc $y = -4x + 17$

Exercice 1 :

Dans un pays, un organisme étudie l'évolution de la population. Compte tenu des naissances et des décès, on a constaté que la population a un taux d'accroissement naturel et annuel de 14 pour mille. De plus, chaque année, 12 000 personnes arrivent dans ce pays et 5 000 le quitte. En 2010, la population de ce pays était de 75 millions d'habitants. On suppose que l'évolution ultérieure obéit au modèle ci-dessus.

On note P_n la population de l'année $(2010 + n)$ exprimée en milliers d'habitants.

- 1) Déterminer les trois premiers termes de la suite. Cette suite est-elle géométrique ? Arithmétique ? justifier votre réponse.
- 2) Donner la relation de récurrence entre P_{n+1} et P_n .
- 3) On donne $U_n = P_n + 500$. Montrer que (U_n) est une suite géométrique.
- 4) Donner la formule explicite de u_n
- 5) En déduire la formule explicite de P_n .
- 6) Combien d'habitants peut-on prévoir en 2015 ?
- 7) Au bout de combien d'années la population aura-t-elle doublée ?

$$1) P_0 = 75\,000$$

$$P_1 = 75\,000 \times \left(1 + \frac{14}{1000}\right) + 7$$
$$= 76\,057$$

$$P_2 = 76\,057 \times \left(1 + \frac{14}{1000}\right) + 7$$
$$= 77\,128,2.$$

$$2) P_{n+1} = 1,014 P_n + 7$$

$$3) \begin{cases} U_{n+1} = 1,014 U_n \\ U_0 = 75 \text{ 500} \end{cases}$$

$$4) U_n = 75 \text{ 500} \times (1,014)^n$$

$$5) P_n = 75 \text{ 500} \times (1,014)^n - 500$$

$$6) P_5 = 80 \text{ 435}$$

↳ 80 435 000 habitants

$$7) P_n > 150\,000$$

$$75\,500 \times (1,04)^n - 500 > 150\,000$$

$$75\,500 \times (1,04)^n > 150\,500$$

$$1,04^n > \frac{150\,000}{75\,500} \approx 1,99$$

$$\Rightarrow P_n(1,04) > P_n(1,99)$$

$$\Rightarrow > \frac{P_n(1,99)}{P_n(1,04)}$$