

Second degré

• $f(x) = ax^2 + bx + c$.

↳ forme canonique :

$$a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = -\frac{b}{2a} \\ \beta = f(\alpha) \end{array} \right.$$

exemple : forme canonique

$$\underbrace{x^2}_{\hookrightarrow a=1} - \underbrace{6x}_{\hookrightarrow b} + \underbrace{15}_{\hookrightarrow c} = f(x)$$

$$a = 1, \quad b = -6, \quad c = 15$$

$$\bullet \quad \alpha = \frac{-(-6)}{2 \times 1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \beta &= f(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 15 \\ &= 9 - 18 + 15 \\ &= 6 \end{aligned}$$

donc :

$$f(x) = \underline{1}x(x-3)^2 + 6$$

exercice 22 :

$$a) \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{2}.$$

$$= \frac{1}{2} \left[x^2 + \cancel{2} x x \cancel{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x + \frac{1}{8} - \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x + \frac{1}{8} - \frac{4}{8}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x - \frac{3}{8}.$$

c'est une expression du second degré.

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & x^2 - (x+1)^2 \\ &= x^2 - [x^2 + 2x + 1] \\ &= x^2 - x^2 - 2x - 1 \\ &= -2x - 1. \end{aligned}$$

ce n'est pas une expression du second degré.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \left(x + \frac{2}{3}\right) \left(\frac{3}{2}x - 1\right) \\ &= x \times \frac{3}{2}x + x \times (-1) + \cancel{\frac{2}{3}x} \times \cancel{\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3} \times (-1) \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{2}x^2 - x + x - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}.$$

c'est une expression du second degré.

$$d) \left(x + \frac{2}{5}\right)\left(x - \frac{2}{5}\right) \xrightarrow{(a+b)(a-b)} = a^2 - b^2$$

$$= x^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$= x^2 - \frac{4}{25}$$

c'est une expression du second degré

exercice 23:

- f_1 est un polynôme du second degré. $\begin{cases} a=1 \\ b=-4 \\ c=2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \bullet f_2(x) &= 3x^2 + 7 + [(3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2] \\ &= 3x^2 + 7 + 9x^2 - 24x + 16 \\ &= 12x^2 - 24x + 23 \end{aligned}$$

donc f_2 est un polynôme du second degré

$$\begin{aligned} \bullet f_3(x) &= \left[1^2 - 2 \times 1 \times 5x + (5x)^2 \right] \\ &= 1 - 10x + 25x^2 - 25x^2 \end{aligned}$$

$$= 1 - 10x.$$

donc f n'est pas un polynôme du second degré.

Donc raya a tort.

exercice 37 :

$$\begin{aligned}
 \text{a) } f(x) &= 2x^2 - 2x + 3 \\
 &= 2(x^2 - x) + 3 \\
 &= 2\left[x - \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + 3 \\
 &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{4} + 3 \\
 &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 3 \\
 &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \quad \begin{matrix} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = 5/2 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

$$ax^2 + bx + c$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] + \textcircled{2} c$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \underbrace{a \times \left(\frac{b}{2a} \right)^2}_{\text{nombre à calculer}} + c$$

$$x^2 \pm nb \cdot x = \left(x \pm \frac{nb}{2} \right)^2 - \left(\frac{nb}{2} \right)^2$$

$$b) \quad g(x) = 3x^2 + 6x + 12$$

$$= 3\left(x^2 + \frac{6}{3}x\right) + 12$$

$$= 3(x^2 + 2x) + 12$$

$$= 3\left[\left(x + 1\right)^2 - 1^2\right] + 12$$

$$= 3(x+1)^2 - 3 \times 1^2 + 12$$

$$= 3(x+1)^2 + 9$$

$\alpha = -1$ $\beta = 9$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } h(t) &= -5t^2 - 20t + 20 \\
 &= -5\left(t^2 - \frac{20t}{-5}\right) + 20 \\
 &= -5(t^2 + 4t) + 20 \\
 &= -5\left[\left(t + \frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right] + 20 \\
 &= -5\left[(t + 2)^2 - 2^2\right] + 20 \\
 &= -5(t + 2)^2 - 5 \times -2^2 + 20 \\
 &= -5(t + 2)^2 + 20 + 20 \\
 &= -5(t + 2)^2 + 40.
 \end{aligned}$$

exercice 38 :

$$\bullet -2x^2 - 4x - 2$$

$$= -2(x^2 + 2x + 1)$$

$$= -2(x+1)^2$$

$$\bullet -2x^2 - 8x - 5$$

$$= -2(x^2 + 4x) - 5$$

$$= -2\left[(x+2)^2 - 2^2\right] - 5$$

$$= -2(x+2)^2 - 2x - 2^2 - 5$$

$$= -2(x+2)^2 + 3$$

$$\bullet -2x^2 - 4x + 3$$

$$= -2(x^2 + \overset{-4/-2}{2}x) + 3$$

$$= -2\left[(x + \overset{2/2}{1})^2 - 1^2\right] + 3$$

$$= -2(x+1)^2 - 2x - 1^2 + 3$$

$$= -2(x+1)^2 + 5$$