

Sommes

exercice 27 :

$$1) S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

$$= \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$\hookrightarrow \frac{k+1-k}{k(k+1)}$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

$k=1 \qquad k=2$

$$+ \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$k=3 \qquad k=n$

$$= 1 - \frac{1}{n+1}$$

$$2) S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$$

$$\xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1.$$

$$3) T_n = \sum_{k=2}^n \frac{1}{(k-1)k}$$

$$= \sum_{k=2}^n \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right)$$

Par
somme
télescopique

$$\hookrightarrow \frac{\cancel{k} - \cancel{(k-1)}}{(k-1)k} = \frac{1}{(k-1)k}$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$$

Matrices

exercice 35:

1) $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

$AB =$

	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

$$BA = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$$

$$B^2 = \begin{pmatrix} -1 & c \\ c & -1 \end{pmatrix}$$

exercice 36 :

$$\begin{aligned} 1) \det(A) &= 2 \times 1 - 3 \times 1 \\ &= -1 \neq 0 \end{aligned}$$

donc A inversible et

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(B) = -1 \neq 0$$

donc B est inversible

$$\text{et } B^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\det(C) = 4 - 4 = 0$$

donc C n'est pas inversible