

Géométrie

exercice 59:

- Montrons que $\vec{IJ}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.
-

$$\begin{aligned}\vec{IJ} &= \vec{IA} + \vec{AJ} \\ &= -\vec{AI} + \vec{AJ} \\ &= -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \\ &= \frac{1}{3}\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{AC} \\ &= \frac{1}{3}\vec{BC}.\end{aligned}$$

• Montrons que $\vec{JK}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires

$$\vec{JK} = \vec{JA} + \vec{AK}$$

$$= -\vec{AJ} + \vec{AK}$$

$$= -\frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD}$$

$$= \frac{1}{3}\vec{CA} + \frac{1}{3}\vec{AD}$$

$$= \frac{1}{3}\vec{CD}.$$

• Donc les couples $(\vec{IJ}, \vec{JK})$ et $(\vec{IC}, \vec{CD})$ de vecteurs non colinéaires des plans respectivement (IJK) et (ICD) sont deux à deux

colinéaires. Donc les plans
(IJK) et (BCD) sont parallèles.

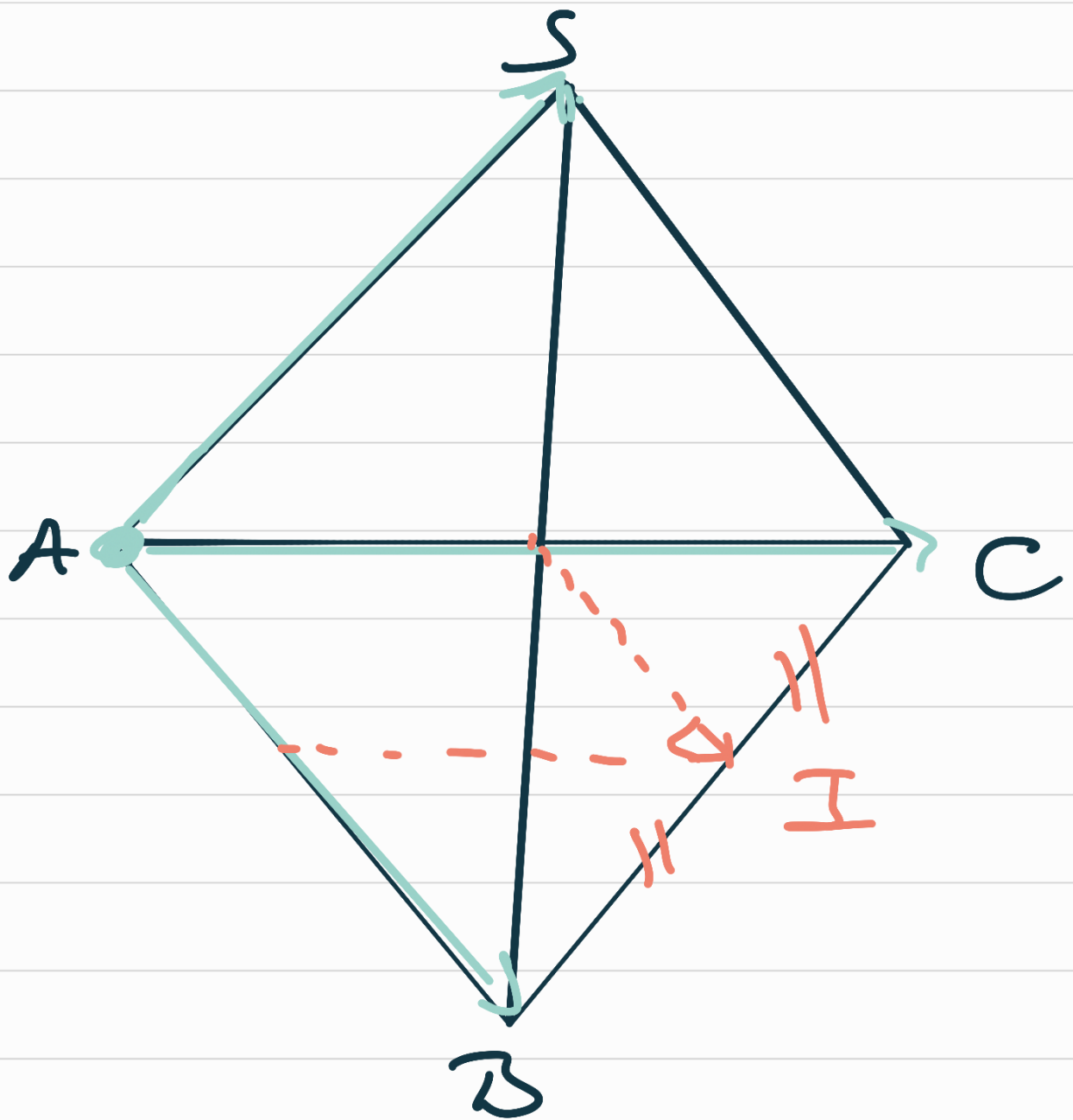
exercice 68 :

$$I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

$$B(1; 0; 0)$$

$$C(0; 1; 0)$$

$$S(0; 0; 1)$$



I milieu de $\vec{BC}$:

$$I \left(\frac{x_B + x_C}{2} ; \frac{y_B + y_C}{2} ; \frac{z_B + z_C}{2} \right)$$

$$I \left(\frac{1+0}{2} ; \frac{0+1}{2} ; \frac{0+0}{2} \right)$$

$$\vec{ID}\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$$

$$\vec{IC}\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

$$\vec{IS}\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right).$$

Réurrence

Exercice 5

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3$.

Montrer par récurrence que (u_n) est bornée par $\frac{1}{2}$ et 5.

$$\frac{1}{2} \leq u_n \leq 5, \forall n \geq 0$$

$$P_n : \frac{1}{2} \leq u_n \leq 5, \forall n \in \mathbb{N}.$$

$$n \geq 0 \rightarrow \mathbb{N}$$

$$n \geq 1 \rightarrow \mathbb{N}^*$$

Hérédité :

$$\frac{1}{2} \leq u_n \leq 5$$

$$-\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} > -\frac{1}{2} u_n > -\frac{1}{2} \times 5 \quad \left. \begin{array}{l} \times -\frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

$$-\frac{1}{4} > -\frac{1}{2} u_n > -\frac{5}{2}$$

$$-\frac{1}{4} + 3 > -\frac{1}{2} u_n + 3 > -\frac{5}{2} + 3 \quad \left. \begin{array}{l} + 3 \end{array} \right\}$$

$$\frac{11}{4} > -\frac{1}{2} u_n + 3 > \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq \frac{11}{4} \leq 5$$

$$\frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq 5 \quad \checkmark$$

méthode : inégalité

- ① Hypothèse de récurrence
- ② On construit pas à pas U_{n+1}
- ③ on panique pas si on ne tombe pas exactement sur les nombres vus.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la superficie de la zone, en hectare, recouverte par la posidonie au premier juillet de l'année $2024+n$. Ainsi, $u_0 = 1$.

Une étude conduite sur cette superficie a permis d'établir que pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = -0,02u_n^2 + 1,3u_n$$

1. Calculer la superficie que devrait recouvrir la posidonie au premier juillet 2025 d'après ce modèle.

2. On note h la fonction définie sur $[0; 20]$ par $h(x) = -0,02x^2 + 1,3x$.
On admet que h est croissante sur $[0; 20]$.

$$u_{n+1} = h(u_n)$$

a. Démontrer que pour tout entier naturel n , $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 20$.

$$1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 20$$

Comme h est croissante sur $[0; 20]$

$$h(1) \leq h(u_n) \leq h(u_{n+1}) \leq h(20)$$

$$1 \leq 1,28 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 18 \leq 20$$

$$1 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 20$$

