

Probabilities

exercice 69:

1) Faces visibles : DD, NN, ND
& 6 faces au total.

$$\mathbb{P}(\overbrace{2^{\text{e}} \text{ face noire}}^{N_2} \mid \overbrace{1^{\text{er}} \text{ face noire}}^{N_1})$$
$$= \frac{\mathbb{P}(N_1 \cap N_2)}{\mathbb{P}(N_1)}$$

$$= \frac{2/6}{3/6}$$

$$= \frac{2}{3}.$$

$$2) \frac{2}{3} \times 500 \approx 333$$

exercice 68:

1) $\Rightarrow$ y a 6 voyelles.

$$\begin{aligned} & P(\text{"n3 voyelle n3r"} \geq 1) \\ &= 1 - P(\text{"aucune voyelle"}). \end{aligned}$$

L'alphabet sans voyelle $26 - 6$
 $= 20$ lettres.

Un mot de passe est un arrangement de 4 lettres.

$$N_{\text{consonnes}} = {}_{20}P_4 = \frac{20!}{(20-4)!}$$

d'où :

$$(1 \times \dots \times 16) \times 17 \times 18 \times 19 \times 20$$

$$N_{\text{condamnés}} = \frac{20!}{16!} = 17 \times 18 \times 19 \times 20$$

$$\text{et } N_{\text{total}} = C_{26}^4 = \frac{26!}{(26-4)!}$$

$$= \frac{26!}{22!}$$

$$= 23 \times 24 \times 25 \times 26$$

Donc :

$$P(\text{"aucune victime"}) = \frac{17 \times 18 \times 19 \times 20}{23 \times 24 \times 25 \times 26}$$

Finalement:

$1P(\text{"au moins 1 voyelle"})$

$$= 1 - \frac{17 \times 18 \times 19 \times 20}{23 \times 24 \times 25 \times 26}$$

$$2) N_{\text{total}} = C_{26}^4 = 23 \times 24 \times 25 \times 26$$

Choix de 4 lettres distinctes dans l'ordre alphabétique :

$$\binom{26}{4} \times 1.$$

donc la probabilité est :

$$\frac{\binom{26}{4}}{A_{26}^4} = \frac{\frac{\cancel{26!}}{4! \times \cancel{(26-4)!}}}{\frac{\cancel{26!}}{\cancel{(26-4)!}}}$$

$$= \frac{1}{4!}$$

$$= \frac{1}{24}.$$

exercice 69:

$$1) X \sim \mathcal{B}(3; p)$$

$$2) \mathbb{P}(X = 1)$$

$$= \binom{3}{1} \times p^1 (1-p)^{3-1}$$

$$= \frac{3!}{1!(3-1)!} \times p \times (1-p)^2.$$

$$= \frac{3!}{2!} p (1-p)^2$$

$$= 3p(1-p)^2.$$

$$\text{on pose } f(p) = 3p(1-p)^2.$$

$$\begin{aligned} g'(p) &= 3(1-p)^2 + 2p \times -2(1-p) \\ &= 3(1-2p+p^2) - 6p(1-p) \\ &= 3 - 6p + 3p^2 - 6p + 6p^2 \\ &= 9p^2 - 12p + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 144 - 4 \times 9 \times 3 \\ &= 144 - 108 \\ &= 36 > 0 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12 - 6}{2 \times 3} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{18}{18} = 1.$$

P	0	$\frac{1}{3}$	1
δ'	+	0	-
δ		$\delta(1/3)$	
	$\delta(0)$		$\delta(1)$

donc la valeur est $p = \frac{1}{3}$

$$3). E[X] = n \times p = 3p$$

$$\cdot \text{Var}(X) = np(1-p) = 3p(1-p)$$

$$4). E[X] = 3p$$

$$\sum p = \frac{E[X]}{3}$$

$$p = \frac{0,35}{3} \approx 0,12$$