Géométrie

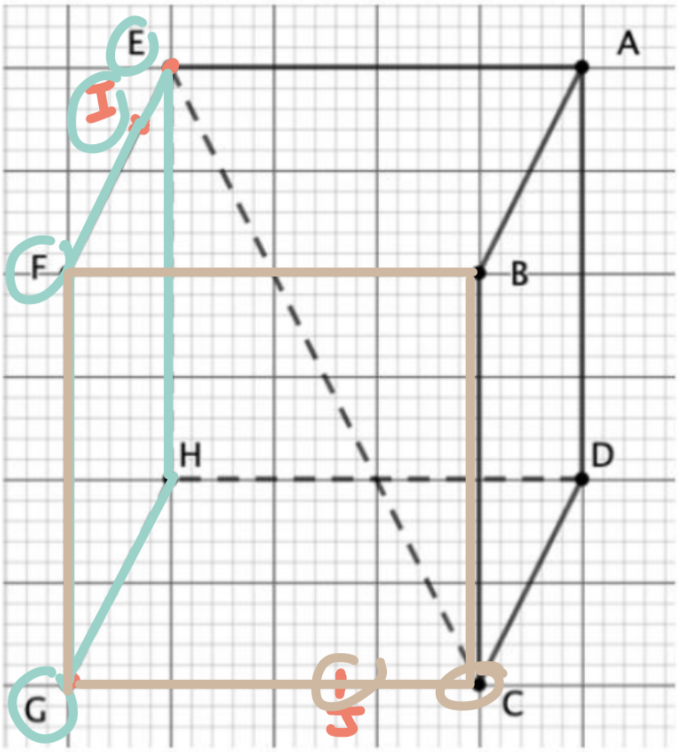
━ Exercice 3 ━ **5 points**

$ABCDEFGH$ est un cube de côté non nul.

Les points I et J vérifient respectivement les relations suivantes :

$$\overrightarrow{EI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF} \qquad \overrightarrow{GJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$$

1. Placer les points I et J sur la figure ci-dessous.



2. (a) Montrer que les points F, G, I, J, E et C ne sont pas coplanaires.
   (b) Peut-on en déduire que les vecteurs $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{EC}$ ne sont pas coplanaires ? Expliquer.

3. (a) En détaillant les étapes de calcul ,montrer : $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{FG}$.
   (b) En déduire : $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{FG}$.
   (c) Que peut-on en déduire sur les vecteurs $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{EC}$? Conclure.

A, B, C, D non coplanaires

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas coplanaires.

3) a) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IE} + \overrightarrow{EJ}$

$= -\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GJ}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{FB}$

$$= \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB}\right) + \overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{FG}.$$

b) $\frac{2}{3}\overrightarrow{EC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{FG}$

$$= \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GC}\right) + \frac{1}{3}\overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{FG}$$

$$= \overrightarrow{IJ}$$

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FG}$$

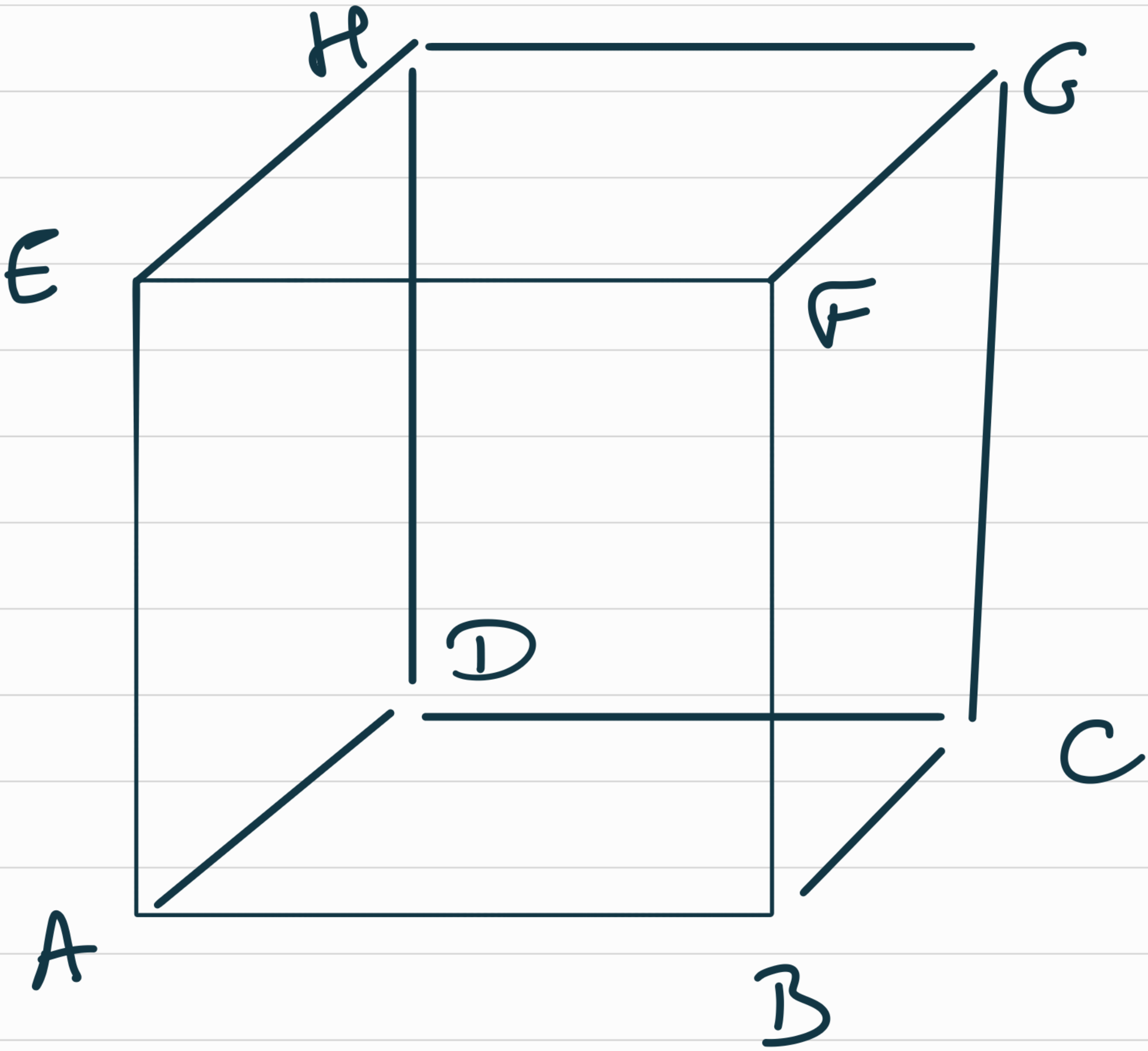
$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FG}$$

$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{FG}$$

c) coplanaires + blabla

Contrôle :

$$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI}$$
$$= \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$
$$= \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$$
$$= \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$
$$= \overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \quad \checkmark$$



$$\left(A, \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE}\right)$$

$O \quad x \quad y \quad z$

$F(1;0;1)$

$C(1;1;0)$

— Exercice 2 — **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.

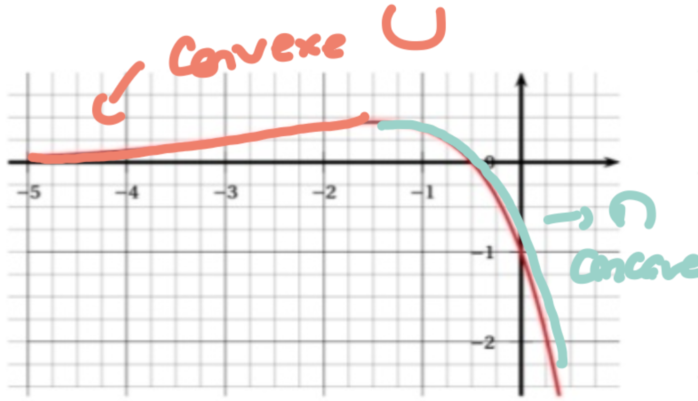
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie , en justifiant son choix.

Une bonne réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

f est une fonction définie sur $]-\infty;1[$.
La courbe ci-dessous représente la fonction f' , dérivée de f.



Les trois premières questions sont relatives à la fonction f.

1. **Question 1**
   (a) La fonction f admet un maximum en $x=-\frac{3}{2}$.
   (b) La fonction f admet un maximum en $x=-\frac{1}{2}$.
   (c) La fonction f admet un minimum en $x=-\frac{1}{2}$.
   (d) Au point d'abscisse -1 , la courbe représentative de la fonction f admet une tangente horizontale.

2. **Question 2**
   (a) La fonction f est convexe sur $]-\infty;-\frac{3}{2}[$
   (b) La fonction f est convexe sur $]-\infty;-\frac{1}{2}[$
   (c) La fonction f est concave sur $]-\infty;-\frac{3}{2}[$
   (d) La courbe représentative de la fonction f n'admet pas de point d'inflexion. $\to f''(.)=0$

Convexe $\iff f' \nearrow$
$\iff f'' \geq 0$

3. **Question 3** La dérivée f" de la fonction f vérifie :
   (a) $\forall x \in]-\infty;-\frac{1}{2}[\,, f"(x) \geq 0$.
   (b) $f"(-3)=0$
   (c) $\forall x \in [-2;-1]\,, f"(x) \geq 0$.
   (d) $f"(-\frac{3}{2})=0$

Concave
$\iff f' \searrow$
$\iff f'' \leq 0$