

Revisions

• Forme canonique

Exercice 8

Dans chacun des cas, donner la forme canonique de l'expression fournie :

1. $x^2 - 8x + 1$

2. $-x^2 + 6x - 1$

3. $3x^2 - 3x + 6$

4. $-2x^2 - 5x - 3$

$$\begin{aligned} 1) & x^2 - 8x + 1 \\ &= \left(x - \frac{8}{2}\right)^2 - 4^2 + 1 \\ &= (x - 4)^2 - 16 + 1 \\ &= (x - 4)^2 - 15 \end{aligned}$$

$$3) \quad 3x^2 - 3x + 6$$

$$= 3(x^2 - x) + 6$$

$$= 3\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + 6$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{1}{4} + 6$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} + 6$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{4}$$

$$\alpha = -\frac{b}{2a}$$

$$\beta = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\rightarrow f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

Exercice 1 :

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 6x^2 + 2x - 4$ et $g(x) = -4x + 32$.
On note C_f (respectivement C_g), la courbe représentative de la fonction f (respectivement de la fonction g).

1) Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = (2x + 2)(3x - 2)$.

2) a) Résoudre les équations suivantes : $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$.

b) En déduire les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses puis les coordonnées des points d'intersection de C_g avec l'axe des abscisses.

~~3) À l'aide de la calculatrice, conjecturer les coordonnées des points d'intersection des courbes C_f et C_g .~~

4) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) - g(x) = 6(x + 3)(x - 2)$.

b) Dresser le tableau de signes de $f(x) - g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

c) En déduire la position relative des courbes C_f et C_g .

$$\checkmark g(x) = 0$$

1) Soit $x \in \mathbb{R}$

$$(2x + 2)(3x - 2)$$

$$= 2x \times 3x + 2x \times (-2) + 2 \times 3x + 2 \times (-2)$$

$$= 6x^2 - 4x + 6x - 4$$

$$= 6x^2 + 2x - 4$$

$$= f(x)$$

$$2) a) \cdot f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 6 \times (-4)$$
$$= 4 + 96$$

$$= 100 > 0$$

$\therefore$ y a deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-2 - \sqrt{100})}{(2 \times 6)}$$

$$= -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2}{3}$$

$$\text{done } \mathcal{S} = \left\{ -1; \frac{1}{3} \right\}$$

$$\bullet g(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x = -32$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-32}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

$$\text{done } \mathcal{S} = \{8\}.$$

b). E_g coupe l'axe des abscisses aux points $(-1; 0)$ et $(\frac{2}{3}; 0)$.

• E_g coupe l'axe des abscisses au point $(8; 0)$

4) a) Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$6(x+3)(x-2)$$

$$= 6 \left[x \times x + x \times (-2) + 3 \times x + 3 \times (-2) \right]$$

$$= 6 \left[x^2 - 2x + 3x - 6 \right]$$

$$= 6 \left[x^2 + x - 6 \right]$$

$$= 6x^2 + 6x - 6 \times 6$$

$$= 6x^2 + 6x - 36$$

$$f(x) - g(x)$$

$$= 6x^2 + 2x - 4 - (-4x + 32)$$

$$= 6x^2 + 2x - 4 + 4x - 32$$

$$= 6x^2 + 6x - 36$$

done:

$$f(x) - g(x) = 6(x+3)(x-2)$$

$$3) f(x) - g(x) = \underline{6(x+3)(x-2)}$$

$$x+3 \geq 0$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x \geq -3$$

$$x \geq 2$$

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)-g(x)$	$+$	0	0	$+$

c) E_g est au dessus de
 E_g sur $]-\infty; -3]$ et
sur $[2; +\infty[$.

• E_g est au dessus de
 E_g sur $[-3; 2]$.