Puissances

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$

Ex $2^4 \times 2^{-5} = 2^{4+(-5)} = 2^{-1}$

- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Ex $\dfrac{1}{2} = 2^{-1}$.

- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Ex $\dfrac{2^4}{2^{-5}} = 2^{4-(-5)} = 2^9$.

- $(a^n)^m = a^{n \times m}$

Ex $(2^4)^{-5} = 2^{4 \times (-5)} = 2^{-20}$

$= \frac{1}{2^{20}}$

- $a^0 = 1$

- $a^1 = a$

- $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

Ex $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2^1}{2^{1/2}} = 2^{1-\frac{1}{2}} = 2^{1/2}$

$= \sqrt{2}$.

exercice :

- $$\frac{a^3 \times b^4}{a^{-2} \times b^2}$$

$$= \frac{a^3}{a^{-2}} \times \frac{b^4}{b^2}$$

$$= a^{3-(-2)} \times b^{4-2}$$

$$= a^5 \times b^2$$

$$\bullet\ \frac{(-2)^{2k+1} \times 3^{2k-1}}{(-2)^{k} \times 3^{-k+1}}$$

$$= \frac{(-2)^{2k+1}}{(-2)^{k}} \times \frac{3^{2k+1}}{3^{-k+1}}$$

$$= (-2)^{2k+1-k} \times 3^{2k+1-(-k+1)}$$

$$= (-2)^{k+1} \times 3^{2k+1+k-1}$$

$$= (-2)^{k+1} \times 3^{3k}$$

- $(-7)^{3} \times (-7)^{-5}$

$$= (-7)^{-2}$$

$$= \frac{1}{(-7)^2}$$

$$= \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

- $(-1)^n = \begin{cases} 1 & n \text{ pair} \\ -1 & n \text{ impair} \end{cases}$

- $(-a)^n = \begin{cases} a^n & n \text{ pair} \\ -(a^n) & n \text{ impair} \end{cases}$

$a > 0$

Racines

- $\sqrt{a} = a^{1/2}$

ex : $\sqrt{6} = \sqrt{2\times 3} = \sqrt{2}\times\sqrt{3}$

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

- $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

ex : $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\dfrac{6}{4}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

- $\sqrt{1} = 1$ $\qquad$ $\sqrt{4} = 2$

$\sqrt{9} = 3$ $\qquad$ $\sqrt{16} = 4$

$\sqrt{25} = 5$ $\qquad$ $\sqrt{36} = 6$

$\sqrt{49} = 7$ $\qquad$ $\sqrt{64} = 8$

$\sqrt{81} = 9$ $\qquad$ $\sqrt{100} = 10$

$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

- $\sqrt{a}$, $a \geq 0$

<u>exercice</u> : $\sqrt{\cdot} = \cdot\sqrt{\cdot}$

- $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$

$= \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{12}}{2}$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{4}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

- $\sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5}$

$$= \sqrt{25} \times \sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5} .$$

exercice :

$$\bullet\ \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}} \times \overbrace{\frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}^{=1}$$

$$a+\sqrt{b} \xrightarrow{\text{conjugué}} a-\sqrt{b}$$

$$a-\sqrt{b} \xrightarrow{\text{conjugué}} a+\sqrt{b}$$

$$= \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{2})}{\underbrace{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}_{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}}$$

$$= \frac{4-2\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{2^2-(\sqrt{2})^2}$$

- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $(\sqrt{a})^2 = a$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3 \times 2}}{4 - 2}$$

$$= \frac{4 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{4}{2} - \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= 2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

A Faire

Exercice 1:

Simplifier les écritures suivantes :

$A = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$

$B = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$

$C = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54}$

$D = 2\sqrt{32} - 3\sqrt{50} + 6\sqrt{8}$

Exercice 2 – Difficulté +

Écrire sans racine carrée au dénominateur les fractions suivantes :

$$A = \frac{2}{1-\sqrt{2}}$$

$$B = \frac{5}{\sqrt{3}+2}$$

$$C = \frac{7}{4-2\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{3}{7+2\sqrt{2}}$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

Exercice 3

Écrire sous la forme a^n ou $-a^n$, où a est un entier naturel et n un entier relatif, chacun des nombres suivants :

Calculatrice scientifique

$$A = \frac{2^{15}}{2^{11}} \qquad B = \frac{(-7)^5}{7^3}$$

$$C = \frac{-3^2 \times (-3)^3 \times 3^5}{3^3 \times (-3)^4} \qquad D = \frac{5^8 \times \left(5^{13}\right)^2}{5^2 \times \left(5^{15}\right)^3}$$

Exercice 2:

Simplifier au maximum (laissez au format exposant) :

(a) $x^4 \times x^{-8}$

(b) $x^5 \times y^5 \times z^{10}$

(c) $\dfrac{x^3 y^5}{(2xy)^3}$