

Probabilités

$$P(A) = \frac{\text{nb. possibilités } A}{\text{nb. possibilités } \Omega}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

formule des probabilités totales

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P_A(B) \times P(A) + \underset{A}{P_{\bar{A}}(B)} \times P(\bar{A}) \end{aligned}$$



•
$$P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B)$$

Exercice 1 (6 points)

Pour accéder au réseau privé d'une entreprise depuis l'extérieur, les connexions des employés transitent aléatoirement via trois serveurs distants différents, notés A, B et C. Ces serveurs ont des caractéristiques techniques différentes et les connexions se répartissent de la manière suivante :

- 25% des connexions transitent via le serveur A;
- 15% des connexions transitent via le serveur B;
- le reste des connexions s'effectue via le serveur C.

Les connexions à distance sont parfois instables et, lors du fonctionnement normal des serveurs, les utilisateurs peuvent subir des déconnexions pour différentes raisons (saturation des serveurs, débit internet insuffisant, attaques malveillantes, mises à jour de logiciels, etc.).

On dira qu'une connexion est stable si l'utilisateur ne subit pas de déconnexion après son identification aux serveurs. L'équipe de maintenance informatique a observé statistiquement que, dans le cadre d'un fonctionnement habituel des serveurs :

- 90% des connexions via le serveur A sont stables;
- 80% des connexions via le serveur B sont stables;
- 85% des connexions via le serveur C sont stables.

Les parties A et B sont indépendantes l'une de l'autre et peuvent être traitées séparément.

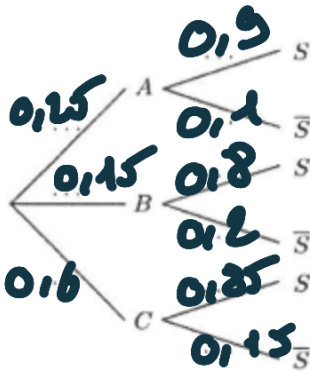
Partie A

On s'intéresse au hasard à l'état d'une connexion effectuée par un employé de l'entreprise. On considère les événements suivants :

- A : « La connexion s'est effectuée via le serveur A »;
- B : « La connexion s'est effectuée via le serveur B »;
- C : « La connexion s'est effectuée via le serveur C »;
- S : « La connexion est stable ».

On note $\bar{S}$ l'événement contraire de l'événement S .

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous modélisant la situation de l'énoncé.



2. Démontrer que la probabilité que la connexion soit stable et passe par le serveur B est égale à 0,12.
3. Calculer la probabilité $P(C \cap \bar{S})$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Démontrer que la probabilité de l'événement S est $P(S) = 0,855$.
5. On suppose désormais que la connexion est stable. Calculer la probabilité que la connexion ait eu lieu depuis le serveur B. On donnera la valeur arrondie au millièm.

$$2) P(S \cap B) = 0,15 \times 0,8 \\ = 0,12$$

donc la probabilité que la connexion soit stable et passe par le serveur B est égale à 0,12.

4) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) = P(A \cap S) + P(B \cap S) \\ + P(C \cap S)$$

$$= 0,25 \times 0,9 + 0,15 \times 0,8 \\ + 0,6 \times 0,85$$

$$= 0,225 + 0,12 + 0,51$$

$$= 0,855.$$

donc la probabilité de l'événement S est $P(S) = 0,855$.

$$5) P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)}$$

$$= \frac{0,12}{0,855}$$

$$\approx 0,140$$

donc la probabilité que la connexion ait eu lieu depuis le serveur B sachant qu'elle est stable est d'environ 0,140.

Partie A

Le centre propose aux personnes venues pour un week-end une formule d'initiation au roller composée de deux séances de cours. On choisit au hasard une personne parmi celles ayant souscrit à cette formule.

On désigne par A et B les évènements suivants :

- A : « La personne chute pendant la première séance » ;
- B : « La personne chute pendant la deuxième séance ».

Pour un évènement E quelconque, on note $P(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ son évènement contraire.

Des observations permettent d'admettre que $P(A) = 0,6$.

De plus on constate que :

- Si la personne chute pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de $0,3$;
- Si la personne ne chute pas pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de $0,4$.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ et interpréter le résultat.
3. Montrer que $P(B) = 0,34$.
4. La personne ne chute pas pendant la deuxième séance de cours. Calculer la probabilité qu'elle n'ait pas chuté lors de la première séance.

