

Suites Arith. / Geo

EXERCICE 2

Suite arithmétique et suite géométrique

(5 points)

1) La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .

On donne : $u_4 = -4$ et $u_7 = \frac{1}{2}$

a) Déterminer la raison r et le premier terme u_0 .

b) Calculer u_{14}

2) Calculer la somme : $S = 700 + 694 + 688 + \dots + 316 + 310$.

On précisera la formule utilisée.

3) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme v_0 .

On donne : $v_2 = 9$ et $v_6 = 144$.

a) Déterminer la raison q et le premier terme v_0 .

b) Calculer $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{11}$. On précisera la formule utilisée.

1)

a)

$$r = \frac{u_7 - u_4}{7 - 4}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - (-4)}{7 - 4}$$

$$= \frac{9/2}{3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$u_4 = u_0 + 4 \times \frac{3}{2}$$

$$-4 = u_0 + \frac{12}{2}$$

$$u_0 = -4 - \frac{12}{2}$$

$$u_0 = -4 - 6 = -10.$$

donc :

$$u_n = -10 + \frac{3}{2}n.$$

b) $u_{14} = -10 + \frac{3}{2} \times 14$

$$= -10 + 3 \times 7$$

$$= -10 + 21 = 11.$$

• (u_n) suite arithmétique.

$$\begin{aligned} \rightarrow S &= u_0 + \dots + u_n \\ &= (n+1) \left(\frac{u_0 + u_n}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow S &= u_1 + \dots + u_n \\ &= n \times \left(\frac{u_1 + u_n}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow S &= u_p + \dots + u_n \\ &= (n-p+1) \left(\frac{u_p + u_n}{2} \right) \end{aligned}$$

$$u_n = -10 + \frac{3}{2}n.$$

Calculator $S = u_7 + \dots + u_{14}$

$$S = (14 - 7 + 1) \left(\frac{u_7 + u_{14}}{2} \right)$$

$$= 8 \times \left(\frac{\frac{3}{2} + 11}{2} \right)$$

$$= 8 \times \frac{23}{4}$$

$$= 2 \times 23$$

$$= 46.$$

$$2) S = 700 + 694 + 688 + \dots + 316 + 310$$

Arrows indicate a common difference of $+6$ between terms. The first term 700 is circled in purple, and the last term 310 is circled in green. A bracket labeled $u_?$ spans from the first term to the last term.

on pose $u_n = 310 + 6n$

$$\rightarrow 700 = 310 + 6n$$

$$700 - 310 = 6n$$

$$390 = 6n$$

$$n = \frac{390}{6} = 65$$

donc $S = u_{65} + u_{64} + u_{63} + \dots + u_1 + u_0$

$$S = (65 + 1) \left(\frac{u_0 + u_{65}}{2} \right)$$

$$= 66 \left(\frac{310 + 700}{2} \right)$$

$$= 66 \times \frac{1010}{2}$$

$$= 66 \times 505$$

$$= 33330.$$

3) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme v_0 .

On donne : $v_2 = 9$ et $v_6 = 144$.

a) Déterminer la raison q et le premier terme v_0 .

b) Calculer $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{11}$. On précisera la formule utilisée.

$$u_{n+1} = u_n \times q \rightarrow \text{formule récurrence}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_n = u_0 \times q^n \rightarrow \text{formule générale} \\ u_n = u_1 \times q^{n-1} \\ u_n = u_p \times q^{n-p} \end{array} \right.$$

$$3) \text{ a) } \frac{v_6}{v_2} = q^{6-2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_6 = v_0 \times q^6 \\ v_2 = v_0 \times q^2 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{v_6}{v_2} = \frac{v_0 \times q^6}{v_0 \times q^2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_6}{v_2} = \frac{q^6}{q^2} = q^{6-2}$$

$$\frac{144}{9} = q^4$$

$$16 = q^4$$

$$q = (16)^{\frac{1}{4}} = 2.$$

$$v_2 = v_0 \times (2)^2 \quad \left| \quad \begin{array}{l} S = v_0 \times 4 \\ v_0 = \frac{S}{4} \end{array} \right.$$

$$9 = v_0 \times 4$$

$$v_0 = \frac{9}{4}.$$

exercice :

$$u_0 = 16$$

$$q = \frac{1}{2}$$

Calcule u_8 .

$$u_8 = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$= \frac{1}{16}.$$

• (u_n) géométrique.

$$\begin{aligned}\rightarrow S &= u_0 + \dots + u_n \\ &= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rightarrow S &= u_1 + \dots + u_n \\ &= u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rightarrow S &= u_p + \dots + u_n \\ &= u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}\end{aligned}$$

$$b) v_n = \frac{9}{4} \times 2^n$$

$$S' = v_0 + \dots + v_{11}$$

$$= v_0 \times \frac{1 - 2^{11+1}}{1 - 2}$$

$$= \frac{9}{4} \times \frac{1 - 2^{12}}{-1}$$

$$= \frac{9}{4} \times \frac{-4095}{-1}$$

$$= \frac{9}{4} \times 4095$$

$$= 9213,75.$$