

— Exercice 5 —

3 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie, en justifiant son choix.

Une bonne réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

1. On considère la fonction h définie et dérivable sur $] -\infty; 0[$ par :

$$h(x) = (3x + 1)\sqrt{1 - 2x^3}$$

Pour tout $x \in] -\infty; 0[$, l'expression de la fonction dérivée de h est :

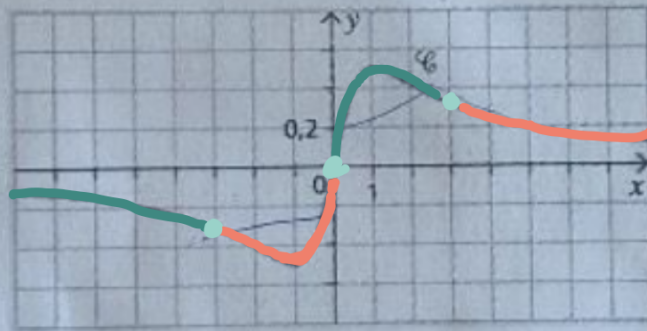
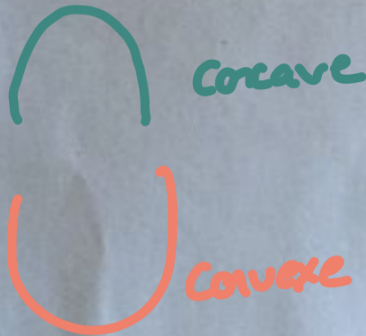
(a) $h'(x) = \frac{-15x^3 - 3x^2 + 3}{\sqrt{1 - 2x^3}}$

(c) $h'(x) = \frac{-11x^3 - 3x^2 + 3}{\sqrt{1 - 2x^3}}$

(b) $h'(x) = \frac{-24x^3 - 6x^2 + 3}{\sqrt{1 - 2x^3}}$

(d) $h'(x) = \frac{-6x^3 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}}{\sqrt{1 - 2x^3}}$

2. On considère la fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ est donnée ci-dessous :



Le nombre de points d'inflexion de $\mathcal{C}$ sur $[-7; 7]$ est :

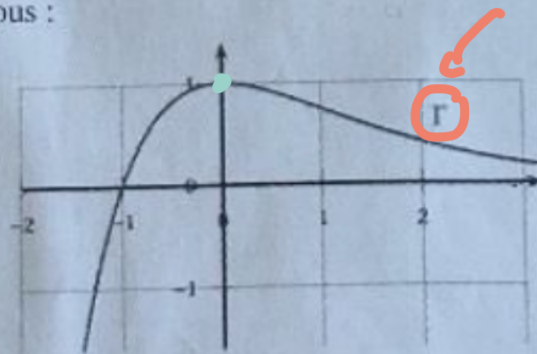
(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

3. On considère une fonction h définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note h' sa fonction dérivée. On note $\mathcal{C}_h$ la courbe représentative de h et Γ la courbe représentative de h' . La courbe Γ est tracée ci-dessous :



On note T_0 la tangente à la courbe $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse 0.

On peut affirmer que la tangente T_0 est parallèle à la droite d'équation :

(a) $y = x$

(b) $y = 0$

(c) $y = 1$

(d) $x = 0$

$$1) h(x) = (3x+1)\sqrt{1-2x^3}$$

$$u(x) = \sqrt{1-2x^3}$$

$$u'(x) = \frac{-6x^2}{2\sqrt{1-2x^3}} = \frac{-3x^2}{\sqrt{1-2x^3}}$$

$$v(x) = 3x+1 \quad v'(x) = 3$$

$$\hookrightarrow h'(x) = \frac{-6x^2}{2\sqrt{1-2x^3}} \times (3x+1) + 3\sqrt{1-2x^3}$$

$$= \frac{-18x^3 - 6x^2}{2\sqrt{1-2x^3}} + 3\sqrt{1-2x^3}$$

$$h'(x) = \frac{-18x^3 - 6x^2 + 6\sqrt{1-2x^3}}{2\sqrt{1-2x^3}}$$

$$= \frac{-18x^3 - 6x^2 + 6(1-2x^3)}{2\sqrt{1-2x^3}}$$

$$= \frac{-18x^3 - 6x^2 + 6 - 12x^3}{2\sqrt{1-2x^3}}$$

$$= \frac{-30x^3 - 6x^2 + 6}{2\sqrt{1-2x^3}}$$

$$= \frac{-15x^3 - 3x^2 + 3}{\sqrt{1-2x^3}}$$

3) • $f'(0)$: coeff. directeur de T_0 .

• (d) et (d') sont parallèles ssi leur coefficient directeur sont égaux.

on a $f'(0) = 1$.

$T_0 \parallel d : y = x + 5$

Convexité

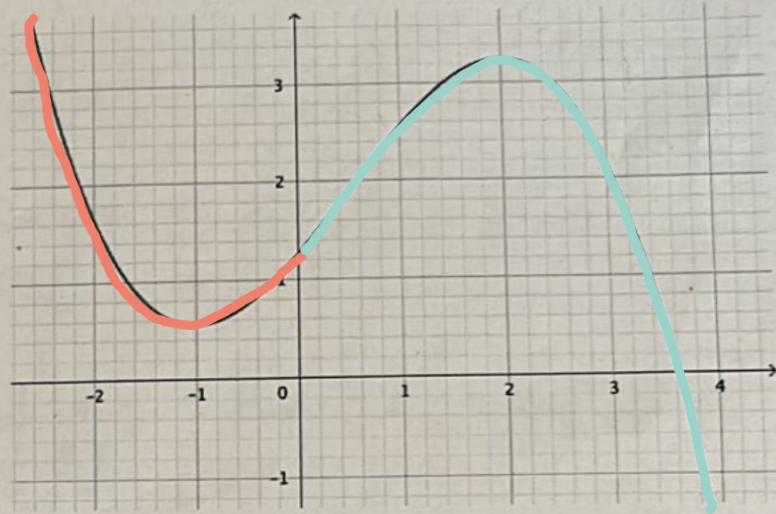
Exercice 1 :

/ 3

f est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

Sans justifier, déterminer la convexité de la fonction f lorsque la courbe tracée dans le repère ci-dessous est celle :

- a. de la fonction f
- b. de la fonction f'
- c. de la fonction f''



a) f convexe sur $]-\infty; 0]$
et f concave sur $[0; +\infty[$.

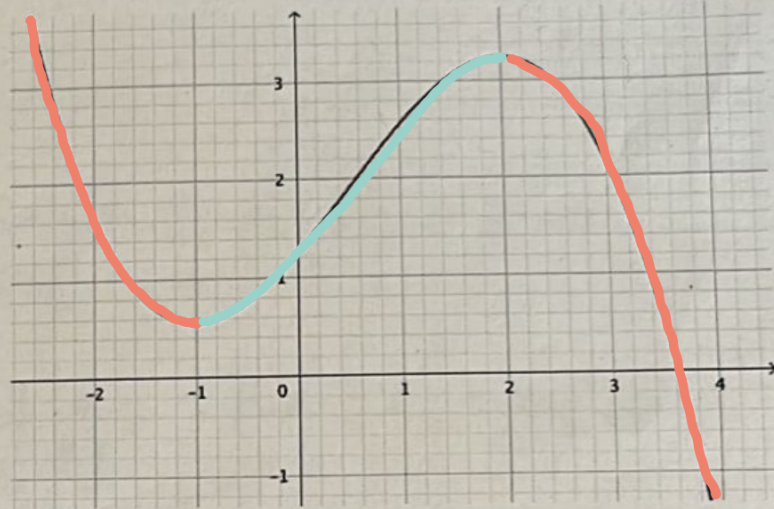
f est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

Sans justifier, déterminer la convexité de la fonction f lorsque la courbe tracée dans le repère ci-dessous est celle :

a. de la fonction f

b. de la fonction f'

c. de la fonction f''



b) f convexe sur $[-1; 2]$
et f concave sur $] -\infty; -1]$
 $\cup [2; +\infty[.$

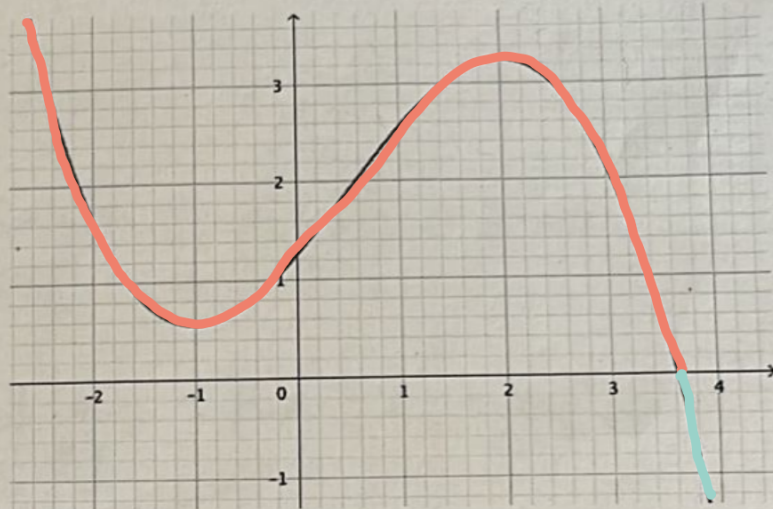
f est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

Sans justifier, déterminer la convexité de la fonction f lorsque la courbe tracée dans le repère ci-dessous est celle :

a. de la fonction f

b. de la fonction f'

c. de la fonction f''



c) f convexe sur $]-\infty; 3,6]$
et f concave sur $[3,6; +\infty[$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (4x + 2)e^{-0,5x} - 10.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative. On admet que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

1)

a. Démontrer que pour tout réel x , $f'(x) = (-2x + 3)e^{-0,5x}$

b. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

2)

Déterminer algébriquement la convexité de f sur $\mathbb{R}$. On précisera les éventuels points d'inflexion à la courbe $\mathcal{C}_f$.

3)

a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.

b. En justifiant, préciser l'intervalle sur lequel on a : $(4x + 2)e^{-0,5x} \geq 3x + 2$

1) a) $f'(x) = (-2x + 3)e^{-0,5x}$

b)

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$
f		$-10 + 8e^{-3/4}$	

$$2) f'(x) = (-2x + 3)e^{-0,5x}$$

$$f''(x) = -2e^{-0,5x} + (-2x + 3)x^{-0,5}e^{-0,5x}$$

$$= e^{-0,5x}(-2 + (-2x + 3)x^{-0,5})$$

$$= e^{-0,5x}(-2 + x - 1,5)$$

$$= e^{-0,5x}(x - 3,5)$$

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x - 3,5 > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 3,5.$$

donc f est convexe sur $[3,5; +\infty[$ et f est concave sur $]-\infty; 3,5]$.

D'où le point d'abscisse $x = 3,5$ est un point d'inflexion de f sur $\mathbb{R}$.

3) a) $T_0 : y = 3x - 8.$

b) Comme f est concave sur $]-\infty; 3,5]$, alors :

$$f(x) \leq 3x - 8.$$

$$(4x + 2)e^{-0,5x} - 10 \leq 3x - 8$$

$$(4x + 2)e^{-0,5x} \leq 3x - 8 + 10$$

$$(4x + 2)e^{-0,5x} \leq 3x + 2$$

donc on a cette inégalité
sur aucun intervalle.