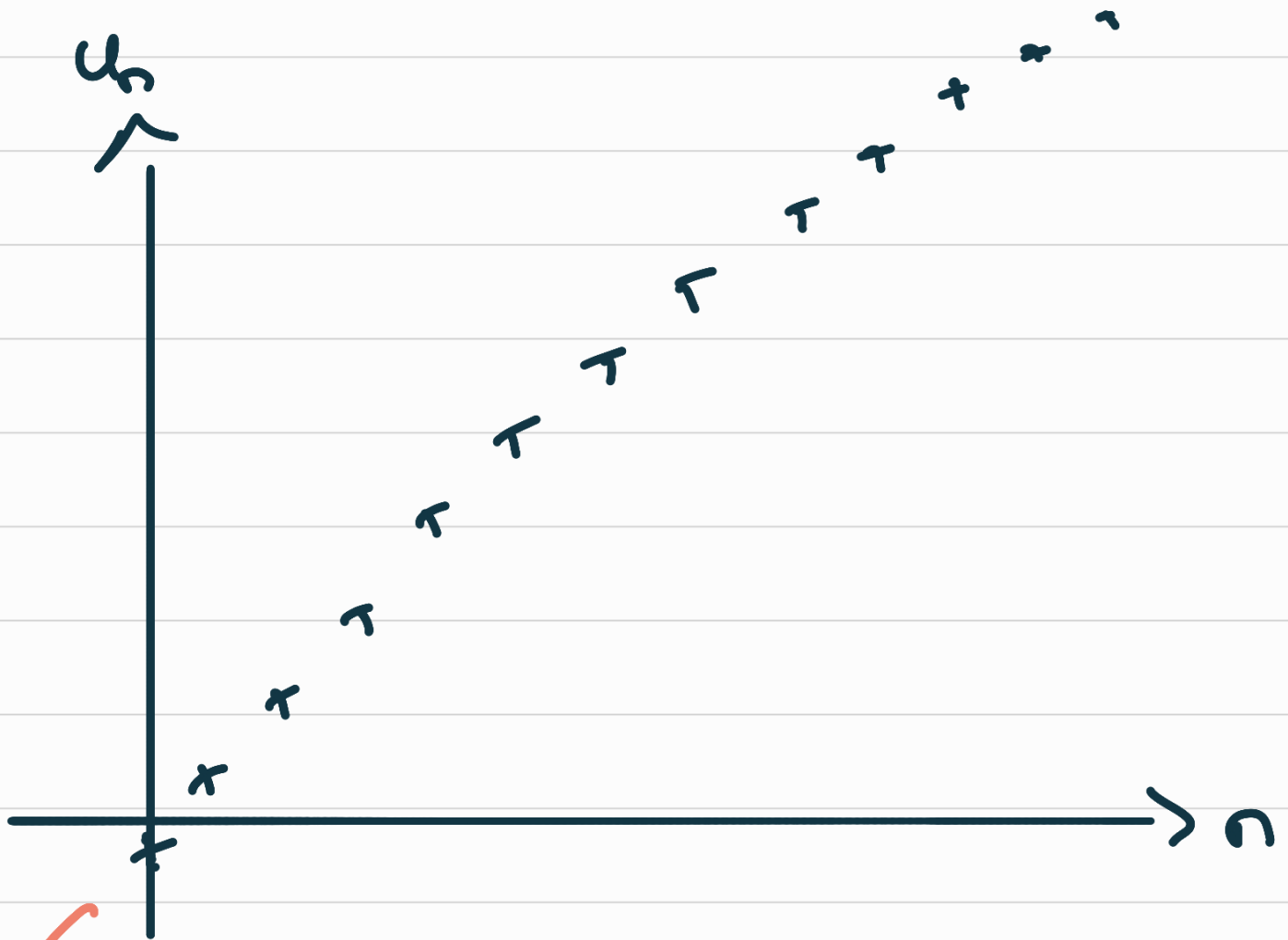
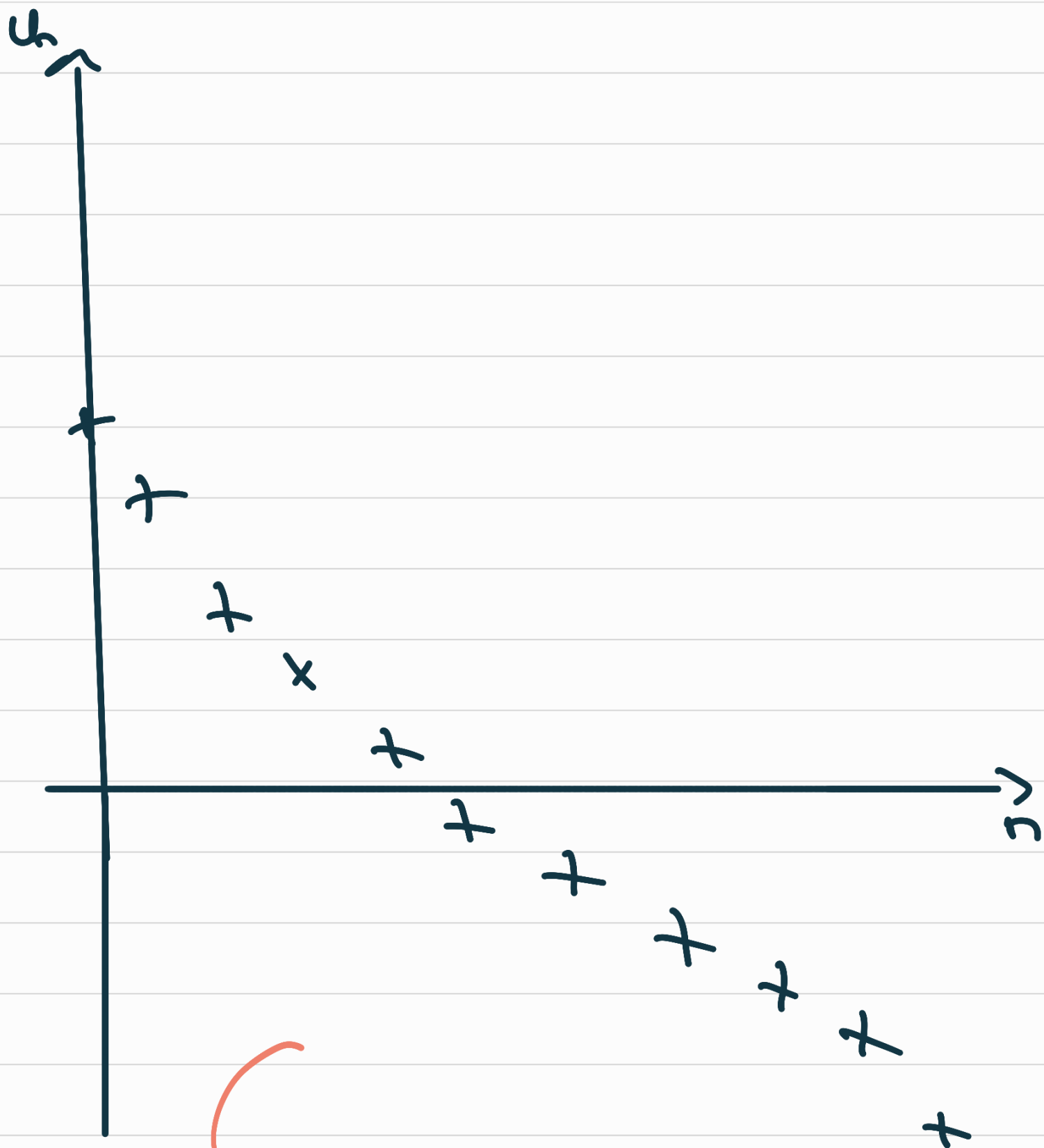


Limites de Suites



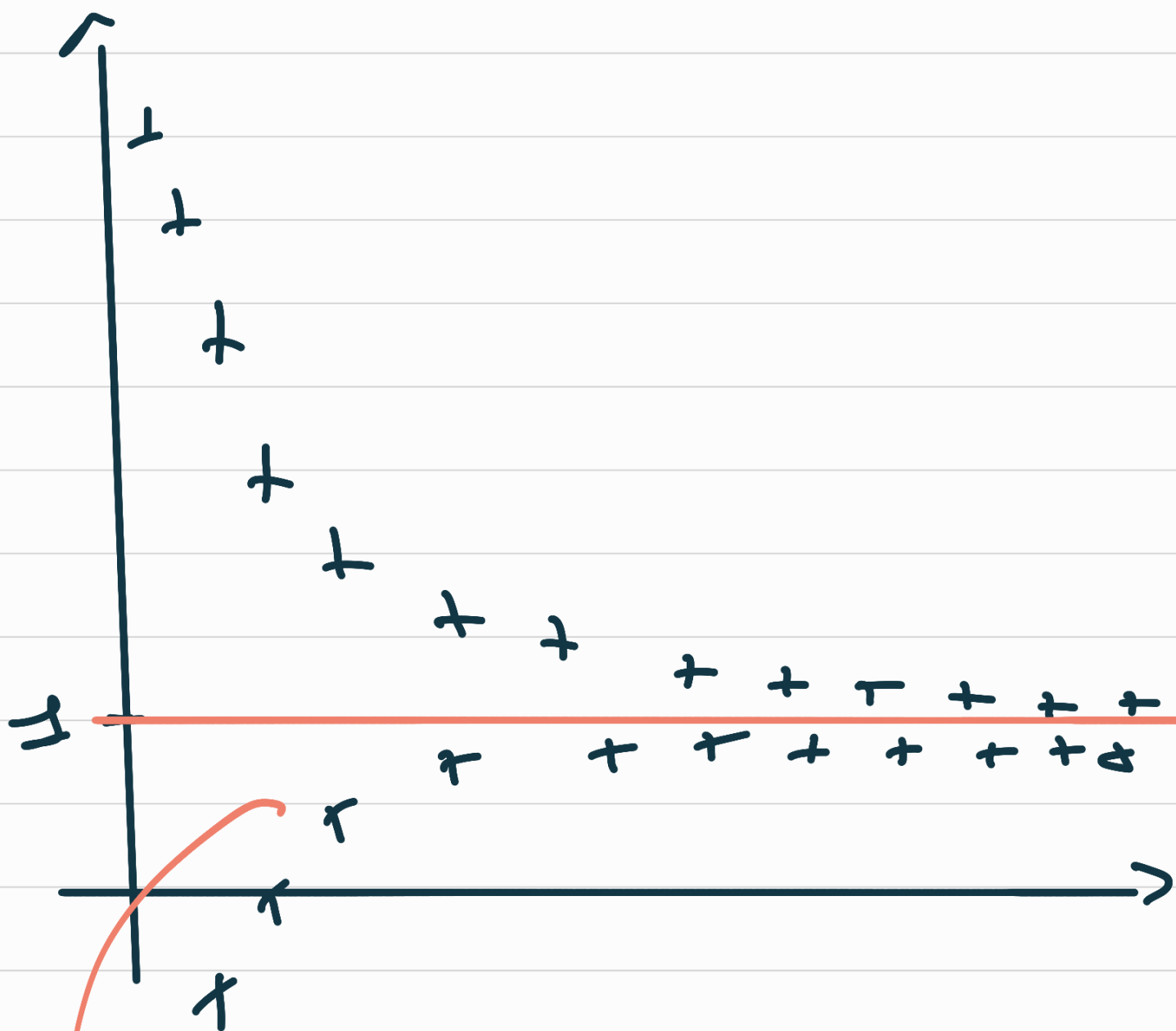
$\hookrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

$\Rightarrow (u_n)$ diverge vers $+\infty$



$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty.$

$\Rightarrow (u_n)$ diverge vers $-\infty.$



$$\epsilon, \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$$

$\Rightarrow (u_n)$ converge vers 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = +\infty$$

2 → 3, 4, 5, ...

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = +\infty.$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

2 → 3, 4, 5, ...

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$



• Somme :

Dim un n-1	$+\infty$	$-\infty$	L	L	L
Dim un n-1 v_n	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	L'
Dim un n-1 v_n	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$L + L'$

• Produit :

Dim un n-1	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$L > 0$ $L < 0$
Dim un n-1 v_n	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
Dim un n-1 v_n	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$ $-\infty$

$L > 0$	L	
$L < 0$	L	
$-\infty$	L'	
$-\infty$ $+\infty$	$L \times L'$	

• Quotient :

Dim un n-1	L	$L \neq 0$ $\rightarrow L > 0$ $\rightarrow L < 0$	L	$+\infty$	$-\infty$
Dim un n-1	$L' \neq 0$	0	∞	L $\rightarrow L > 0$ $\rightarrow L < 0$	L $\rightarrow L > 0$ $\rightarrow L < 0$
Dim un n-1	L L'	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	$\pm \infty$

• $+\infty - \infty = ?$

• $0 \times \pm \infty = ?$

• $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty} ?$



• Comparaison :

$$\rightarrow u_n \leq v_n$$

$$\rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

$\hookrightarrow$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$

$$\rightarrow u_n \leq v_n$$

$$\rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$$

$\hookrightarrow$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

• Gendarmes:

$$\rightarrow w_n \leq u_n \leq v_n$$

$$\rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} w_n = \lim_{n \rightarrow \infty} v_n = L$$

$$\hookrightarrow \text{done } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$$

- (u_n) minorée par m si $u_n \geq m$
- (u_n) majorée par M si $u_n \leq M$
- (u_n) bornée si $m \leq u_n \leq M$

théorème:

- si (u_n) est croissante et majorée, alors (u_n) converge
- si (u_n) est décroissante et minorée, alors (u_n) converge.
- si (u_n) est croissante et non majorée, alors (u_n) diverge vers $+\infty$
- si (u_n) est décroissante et non minorée, alors (u_n) diverge vers $-\infty$.

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n =$

$$q^n = \begin{cases} +\infty & q > 1 \\ 1 & q = 1 \\ 0 & -1 < q < 1 \\ \text{X} & q \leq -1 \end{cases}$$

$(-1)^n = 1$ if n pair
 $(-1)^n = -1$ if n impair

