

Exercice 3 :

Soit un paquet de 50 cartes contenant un même nombre de cartes de « Sciences » et d'« Économie ». Une question liée à un de ces deux thèmes figure sur chaque carte.

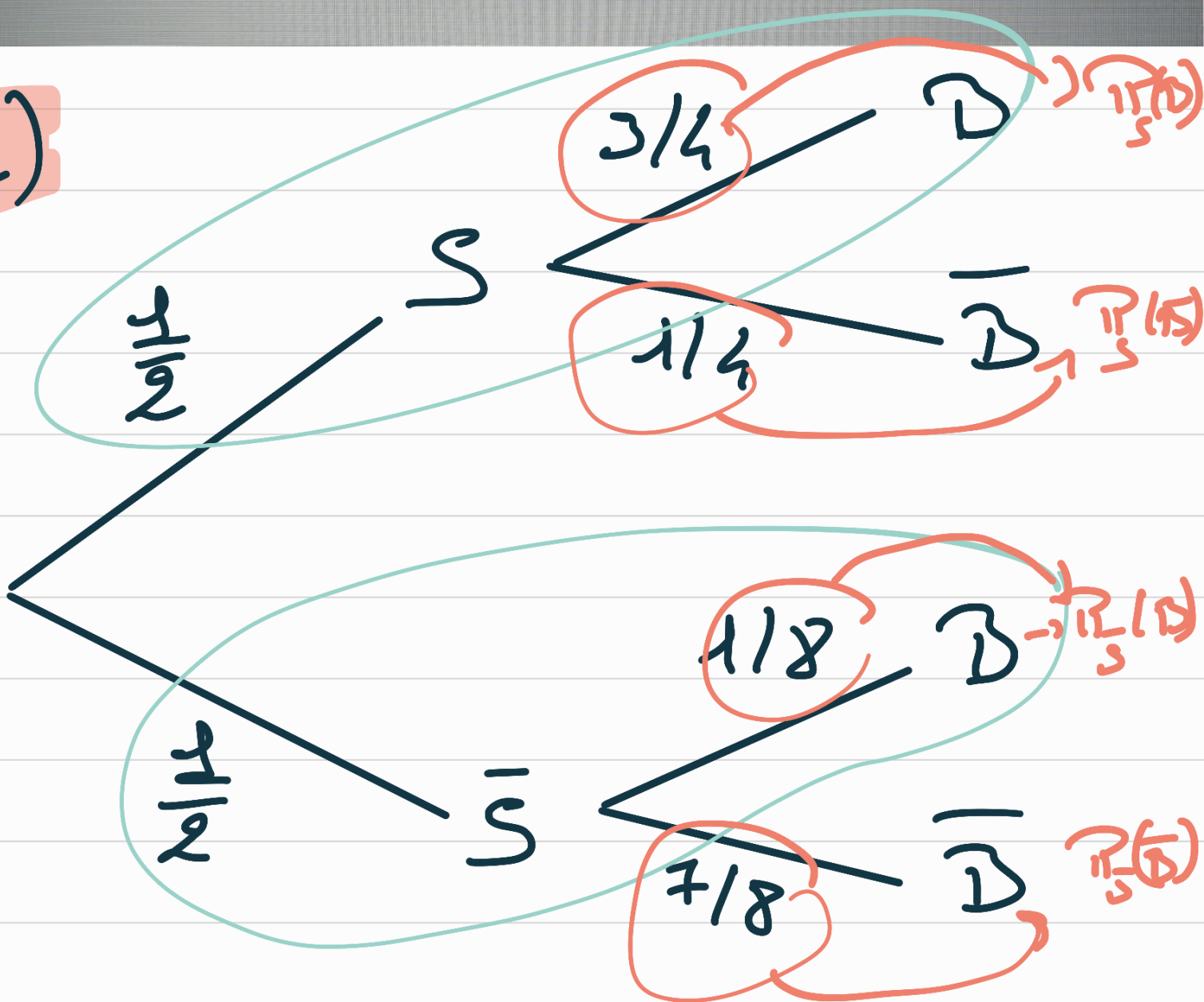
Les cartes sont mélangées et on en tire une au hasard. Ensuite, on répond à la question.

Un groupe participe à ce jeu. Connaissant leurs points forts et leurs faiblesses, on estime :

- qu'il a 3 chances sur 4 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en sciences ;
- qu'il a 1 chance sur 8 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en économie.

On note S « La question concerne les Sciences » et B « La réponse donnée est bonne ».

- 1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.
- 2) Calculer $p_S(B)$.
- 3) Déterminer la probabilité que le groupe réponde correctement à la question.
- 4) Les événements S et B sont-ils indépendants ?
- 5) Est-il possible d'ajouter ou de retirer des cartes de « Sciences » pour que les événements S et B soient indépendants ? Arrondir à l'entier le plus proche en cas de possibilité.



2)

$$P_S(B) = \frac{3}{4} = 0,75.$$

3) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(B) = P(S \cap B) + P(\bar{S} \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8}$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{7}{16}.$$

donc la probabilité que le groupe réponde correctement à la question est de $\frac{7}{16}$.

4) Est-ce que on a
 $P(S \cap B) = P(S) \times P(B)$?

D'une part, $P(S \cap B) = \frac{3}{8}$.

D'autre part, $P(S) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{16}$
 $= \frac{7}{32}$

donc $P(S \cap B) \neq P(S) \times P(B)$

et les événements ne sont pas indépendants.

Exercice 3 :

Une entreprise de 1 000 employés est organisée en 3 services « A », « B » et « C » d'effectifs respectifs 450, 230 et 320 employés. Une enquête effectuée auprès de tous les employés sur leur temps de parcours quotidien entre leur domicile et l'entreprise a montré que :

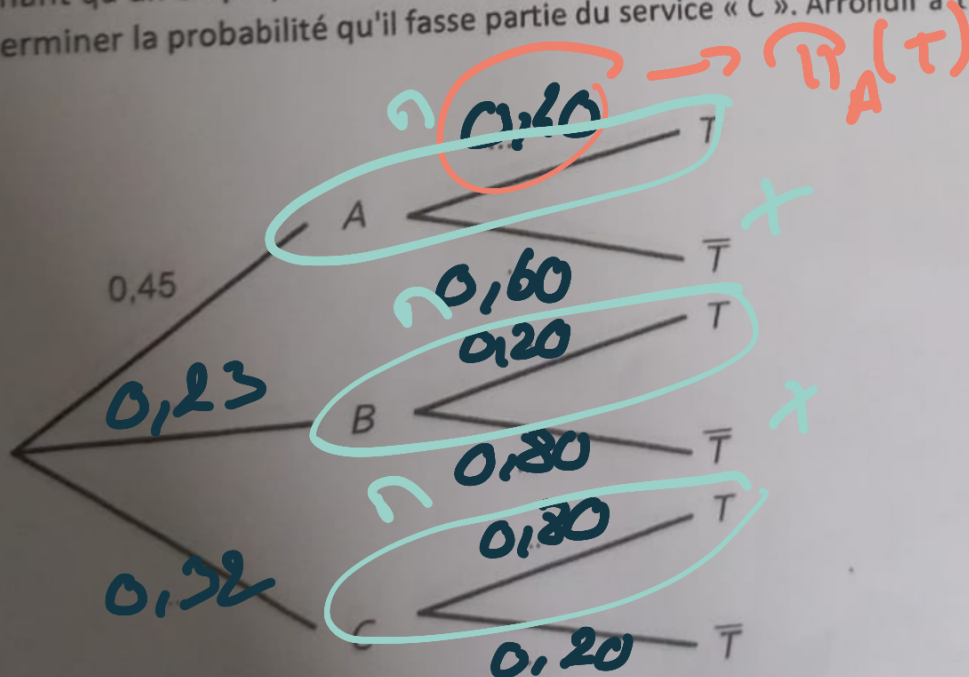
- 40 % des employés du service « A » résident à moins de 30 minutes de l'entreprise ;
- 20 % des employés du service « B » résident à moins de 30 minutes de l'entreprise ;
- 80 % des employés du service « C » résident à moins de 30 minutes de l'entreprise.

On choisit au hasard un employé de cette entreprise et on considère les événements suivants :

- A : l'employé fait partie du service « A » ;
- B : l'employé fait partie du service « B » ;
- C : l'employé fait partie du service « C » ;
- T : l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise.

~~On rappelle que si E et F sont deux événements, la probabilité d'un événement F est notée $P(F)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$.~~

1. Justifier que $P(A) = 0,45$ puis donner $P_A(T)$.
2. Compléter l'arbre pondéré donné en annexe 2 qui sera à rendre avec la copie.
3. Déterminer la probabilité que l'employé choisi soit du service « A » et qu'il réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail.
4. Montrer que $P(T) = 0,482$.
5. Sachant qu'un employé de l'entreprise réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail, déterminer la probabilité qu'il fasse partie du service « C ». Arrondir à 10^{-3} près.



$$1) P(A) = \frac{450}{1000} = 0,45.$$

$$\text{et } P_A(T) = 0,40$$

$$\begin{aligned} 3) P(A \cap T) &= P_A(T) \times P(A) \\ &= 0,40 \times 0,45 \\ &= 0,18 \end{aligned}$$

donc la probabilité que l'employé choisi soit du service A et qu'il réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail est de 0,18.

4) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(A \cap T) + P(B \cap T) + P(C \cap T).$$

$$= 0,45 \times 0,40 + 0,23 \times 0,20 + 0,32 \times 0,80$$

$$= 0,482.$$

$$5) P_T(C) = \frac{P(T \cap C)}{P(T)}$$

$$= \frac{0,32 \times 0,80}{0,482}$$

$$\approx 0,531.$$

Exercice 10 corrigé disponible

Les deux parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4} .

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

Partie A

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et T l'évènement « le test est positif ».

$\bar{V}$ et $\bar{T}$ désignent respectivement les évènements contraires de V et T .

- 1) a) Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\bar{V}}(\bar{T})$.

Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

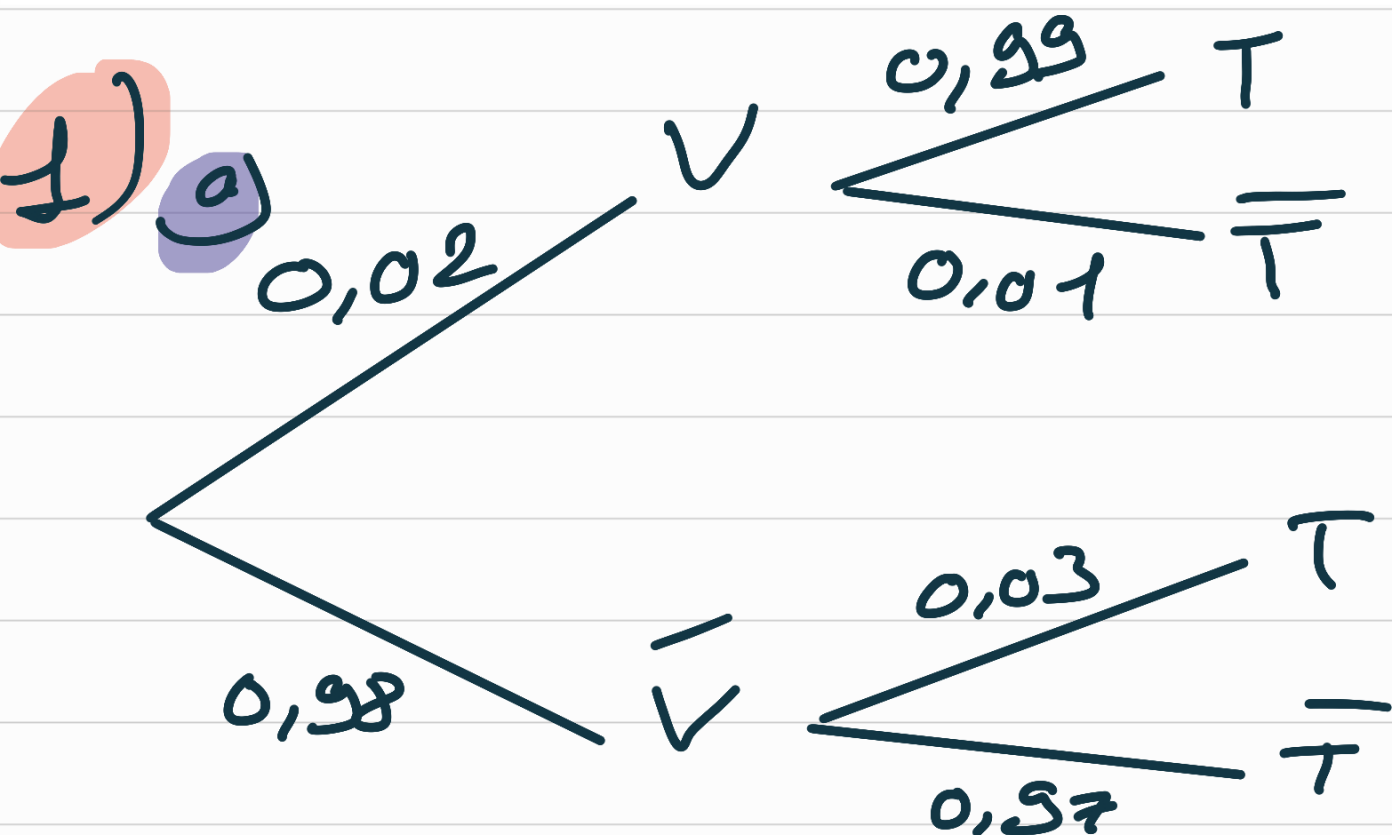
- b) En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.

- 2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,049 2.

- 3) a) Justifier par un calcul la phrase :

« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».

- b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif. Que peut-on en conclure.



$$\textcircled{3}) P(V \cap T) = 0,02 \times 0,99 \\ = 0,0198$$

$$2) P(T) = 0,0492.$$

$$\textcircled{3}) \textcircled{a) } P_T(V) = \frac{P(V \cap T)}{P(T)}$$

$$= \frac{0,0198}{0,0492}$$

$$\approx 0,4024$$

$$b) P_{\bar{T}}(\bar{V}) = \frac{P(\bar{V} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})}$$

$$\begin{aligned} P(\bar{V} \cap \bar{T}) &= P_{\bar{V}}(\bar{T}) \times P(\bar{V}) \\ &= 0,97 \times 0,98 \\ &= 0,9506 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\bar{T}) &= 1 - P(T) \quad (P(\bar{A}) = 1 - P(A)) \\ &= 1 - 0,0492 \\ &= 0,9508 \end{aligned}$$

$$\text{done } P_{\bar{T}}(\bar{V}) = \frac{0,9506}{0,9508} \approx 0,9998$$

Exercice 2 :

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Il apparaît que 40 % des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur soin », 30 % des clients demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 24 % des clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard.

On notera C l'évènement « Le client souhaite une "couleur-soin." ».

On notera E l'évènement « Le client souhaite un "effet coup de soleil." ».

1. Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_{\bar{C}}(E)$.
2. Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à 0,42.
4. Les évènements C et E sont-ils indépendants ?

$$2) P(\bar{C} \cap \bar{E}) = P_{\bar{C}}(\bar{E}) \times P(\bar{C})$$

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P_{\bar{C}}(\bar{E}) = 1 - P_{\bar{C}}(E) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$\text{donc } P(\bar{C} \cap \bar{E}) = 0,6 \times 0,7 = 0,42.$$

3) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(E) &= P(C \cap E) + P(\bar{C} \cap E) \\ &= 0,24 + P_{\bar{C}}(E) \times P(\bar{C}) \\ &= 0,24 + 0,30 \times 0,6 \\ &= 0,42. \end{aligned}$$

$$4) P(C \cap E) = 0,24$$

$$P(C) \times P(E) = 0,40 \times 0,42 = 0,168$$

donc C et E ne sont pas indépendants.