

Limites de suite

Reconnaitre les formes indéterminées

Dans chaque cas, on donne la limite de u_n et v_n .

Déterminer si possible, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n)$.

a) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \end{cases}$ b) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \end{cases}$ c) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \end{cases}$ d) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -4 \end{cases}$

Dans chaque cas, on donne la limite de u_n et v_n .

Déterminer si possible, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \times v_n)$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n}$.

a) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \end{cases}$ b) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \end{cases}$ d) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \end{cases}$

Dans chaque cas, on donne la limite de u_n et v_n et le signe de v_n .

Déterminer si possible, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \times v_n)$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n}$.

a) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \\ v_n > 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -4 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \\ v_n < 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \\ v_n > 0 \end{cases}$

A l'aide des tableaux de la somme, du produit et du quotient, déterminer si possible $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

a) $u_n = n^2 + n$ b) $u_n = n^2 - n$ c) $u_n = \frac{2}{n+2}$
d) $u_n = \frac{3}{2-n^2}$ e) $u_n = \frac{n^2+2}{n+1}$ f) $u_n = \frac{3}{0.5^n}$

$+\infty - \infty$

$0 \times \pm \infty$

$\frac{0}{0}$

$\frac{\pm \infty}{\pm \infty}$



$$\frac{1}{0} = \begin{cases} +\infty \\ -\infty \end{cases}$$

conventions

$$\frac{1}{\pm\infty} = 0$$

A l'aide des tableaux de la somme, du produit et du quotient, déterminer si possible $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

a) $u_n = n^2 + n$ b) $u_n = n^2 - n$ c) $u_n = \frac{2}{n+2}$

d) $u_n = \frac{3}{2-n^2}$ e) $u_n = \frac{n^2+2}{n+1}$ f) $u_n = \frac{3}{0.5^n}$

a) $u_n = \underbrace{n^2}_{+\infty} + \underbrace{n}_{+\infty}$

. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

b) $u_n = \underbrace{n^2}_{+\infty} - \underbrace{n}_{+\infty}$ F.I

$$u_n = n^2 \left(1 - \frac{n}{n^2} \right) = n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

$$\text{or } \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{1}{n^2} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$$

donc par produit de limites,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \times 1 = +\infty.$$

c) $u_n = \frac{2 \rightarrow 2}{n+2 \rightarrow +\infty} \quad \frac{2}{+\infty} = 0$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n+2 = +\infty$$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$

d) $u_n = \frac{3 \rightarrow 3}{2 - n^2 \rightarrow -\infty} = \frac{3}{-\infty} = 0$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 - n^2 = -\infty$

et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

e) $u_n = \frac{n^2 + 2}{n + 1}$. $\frac{+\infty}{+\infty}$ f.i

$u_n = \frac{n^2(1 + \frac{2}{n^2})}{n(1 + \frac{1}{n})} = n \times \left(\frac{1 + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{1}{n}} \right)$

or $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{2}{n^2} = 1 + 0 = 1 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{n} = 1 + 0 = 1 \end{array} \right.$

donc par quotient de limites

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{1} = 1$

$$\text{et } \lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$$

donc par produits de limites,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

Ex) $u_n = \frac{3}{0,5^n}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,5^n = 0 \quad \text{car} \quad 0 < 0,5 < 1$$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

Dans chaque cas, déterminer la limite éventuelle de la suite u :

a) $u_n = n - \sqrt{n}$

b) $u_n = 3 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2}$

c) $u_n = \frac{4n - 3}{n^2 + 5}$

a) $u_n = n - \sqrt{n}$ F.I

$$u_n = n \left(1 - \frac{\sqrt{n}}{n} \right) \xrightarrow{\frac{1}{2} - 1} n^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{n}}$$
$$= n \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$$

or $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{1}{\sqrt{n}} = 1 - 0 = 1$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$$

donc par produit de limites on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty.$$

$$b) \quad u_n = 3 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2}.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n^2} = 0$$

donc par somme de limites on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$$

$$c) \quad u_n = \frac{4n - 3}{n^2 + 5} \cdot \frac{+\infty}{+\infty} \quad \text{F.I.}$$

$$u_n = \frac{n \left(4 - \frac{3}{n} \right)}{n^2 \left(1 + \frac{5}{n^2} \right)} = \frac{1}{n} \cdot \frac{4 - \frac{3}{n}}{1 + \frac{5}{n^2}}$$

$$\text{or} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 4 - \frac{3}{n} = 4$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \frac{5}{n^2} = 1.$$

donc par quotient de limites

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{n}}{1 + \frac{5}{n^2}} = \frac{4}{1} = 4.$$

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$

donc par produit de limites :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \times 4 = 0$$