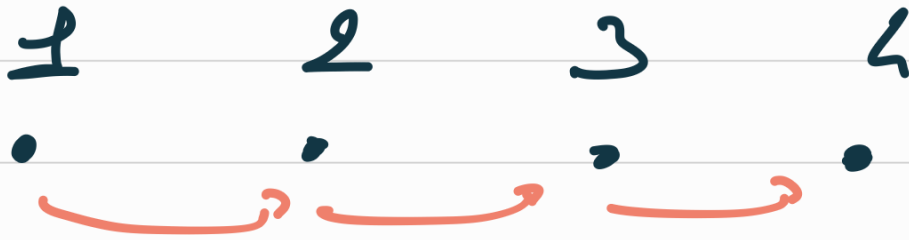


Suites



u_n : terme / image

n : rang / antécédents

$$u_n = n^2 + n + 2$$

↳ formule explicite

$$u_{10} = 10^2 + 10 + 2 = 112.$$

$$u_3 = 3^2 + 3 + 2 = 14$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = \underline{2} \\ u_{n+1} = 3u_n - 1 \end{array} \right.$$

↳ relation de récurrence

$$u_1 = 3u_0 - 1 = 3 \times 2 - 1 = 5$$

$$u_2 = 3u_1 - 1 = 3 \times 5 - 1 = 14$$

$$u_3 = 3u_2 - 1 = 3 \times 14 - 1 = 41$$

Pour les exercices **25** à **27**, calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

25 Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \frac{n-2}{n+1}$.

26 Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \sqrt{2n+1}$.

27 Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}$.

exercice 25 :

$$\bullet u_0 = \frac{0-2}{0+1} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$\bullet u_1 = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

$$\bullet u_2 = \frac{2-2}{2+1} = 0$$

$$\bullet u_3 = \frac{3-2}{3+1} = \frac{1}{4}$$

$$\bullet u_4 = \frac{4-2}{4+1} = \frac{2}{5}.$$

exercice :

$$\bullet u_0 = \sqrt{2 \times 0 + 1} = \sqrt{1} = 1$$

$$\bullet u_1 = \sqrt{2 \times 1 + 1} = \sqrt{3}.$$

$$\bullet u_2 = \sqrt{2 \times 2 + 1} = \sqrt{5}$$

$$\bullet u_3 = \sqrt{2 \times 3 + 1} = \sqrt{7}$$

$$\bullet u_4 = \sqrt{2 \times 4 + 1} = \sqrt{9} = 3.$$

27 Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}$.

$$\bullet u_0 = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\bullet u_1 &= \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{2 \times 1 + 3 \times 1}{3 \times 2} \\ &= \frac{5}{6}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bullet u_2 &= \frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2 \times 2 + 3 \times 1}{3 \times 2} \\ &= \frac{7}{6}.\end{aligned}$$

$$\bullet u_3 = \frac{1}{3} \times 3 + \frac{1}{2}$$

$$= 1 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2 \times 1 + 1 \times 1}{1 \times 2}$$

$$= \frac{3}{2}.$$

$$\bullet u_4 = \frac{1}{3} \times 4 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2 \times 4 + 3 \times 1}{3 \times 2}$$

$$= \frac{11}{6}.$$

31

Algo

 (v_n) est la suite définie par $v_0 = 2$ etpour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n + 1$.a) Calculer v_1, v_2, v_3 .

$$\bullet \quad v_1 = -\frac{1}{2}v_0 + 1$$

$$= -\frac{1}{2} \times 2 + 1$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0$$

$$\bullet \quad v_2 = -\frac{1}{2}v_1 + 1$$

$$= -\frac{1}{2} \times 0 + 1$$

$$= 1.$$

$$\bullet \quad v_3 = -\frac{1}{2} v_2 + 1$$

$$= -\frac{1}{2} \times 1 + 1$$

$$= -\frac{1}{2} + 1$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{1}$$

$$= \frac{-1 \times 1 + 1 \times 2}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

32 (k_n) est la suite définie par $k_0 = 2$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $k_{n+1} = \frac{1}{1+k_n}$.
Calculer k_1, k_2, k_3 .

$$\bullet k_1 = \frac{1}{1+k_0} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \bullet k_2 &= \frac{1}{1+k_1} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} \\ &= \frac{1}{\frac{3 \times 1 + 1 \times 1}{1 \times 3}} \\ &= \frac{1}{\frac{4}{3}} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\bullet k_3 = \frac{1}{1 + k_2}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1 \times 4 + 3 \times 1}{1 \times 4}}$$

$$= \frac{1}{\frac{7}{4}}$$

$$= \frac{4}{7}.$$

33 (u_n) est la suite définie par $u_0 = -4$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = -3u_n + 1$.
Calculer u_1, u_2, u_3

$$\bullet u_1 = -3 \times u_0 + 1$$

$$= -3 \times (-4) + 1$$

$$= 13$$

$$\bullet u_2 = -3 \times u_1 + 1$$

$$= -3 \times 13 + 1$$

$$= -39 + 1$$

$$= -38$$

$$\bullet u_3 = -3 \times u_2 + 1$$

$$= -3 \times 38 + 1$$

$$= -114 + 1$$

$$= -113.$$

104 Dans chaque cas, on ne connaît que les premiers termes de la suite (u_n) .



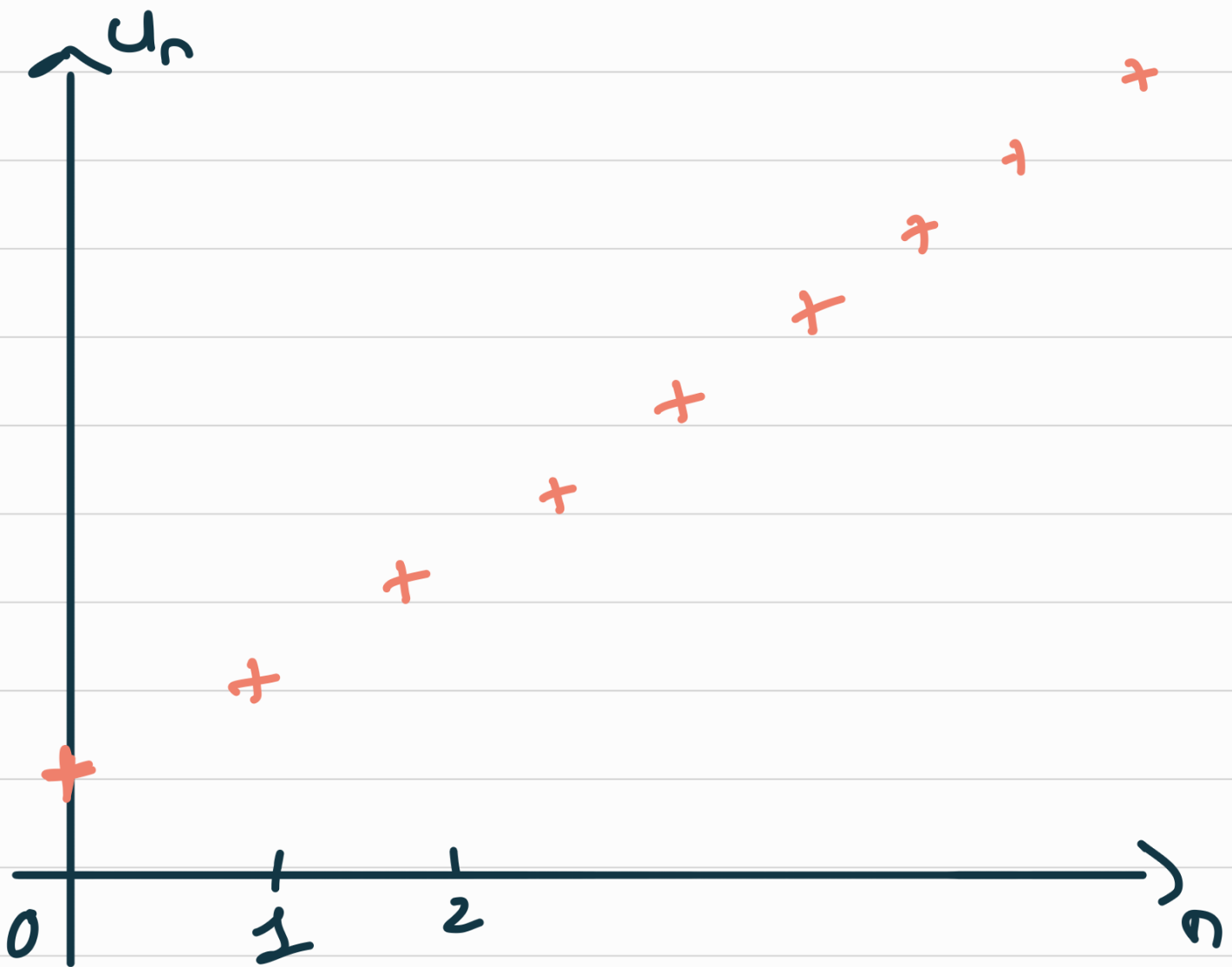
Proposer une relation de récurrence exprimant u_{n+1} en fonction de u_n , compatible avec ces données.

a) $u_0 = 0, u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 7, u_4 = 15$

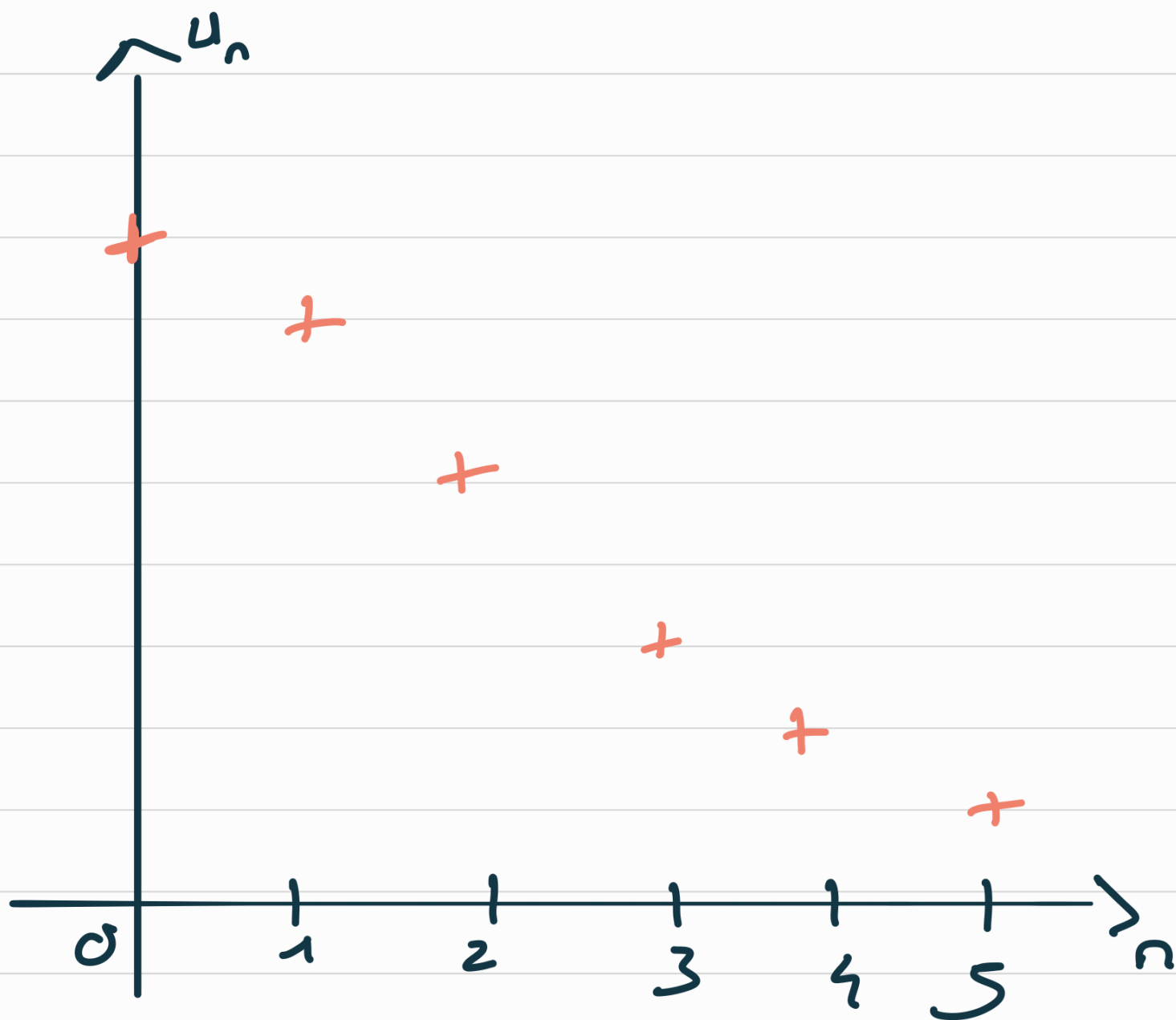
b) $u_0 = 2, u_1 = 3, u_2 = 8, u_3 = 63, u_4 = 3\,968$

a) $u_{n+1} = 2u_n + 1$

b) $u_{n+1} = u_n^2 - 1$



(u_n) croissante si $u_{n+1} \geq u_n$



(u_n) décroissante si $u_{n+1} \leq u_n$