

Devoir - maison

exercice 1:

$$a) \bullet \frac{1}{3} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3}$$

$$= \frac{2}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3}$$

$$= \frac{\cancel{1 \times 3}}{\cancel{2 \times 3}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\bullet \frac{1}{4} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4}$$

$$= \frac{3}{4 \times 3} + \frac{1}{4 \times 3} = \frac{\cancel{4 \times 1}}{\cancel{4 \times 3}} = \frac{1}{3}$$

$$b) \bullet \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4 \times 5}$$

$$\bullet \frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{5 \times 6}$$

c) On peut conjecturer que pour un nombre entier n quelconque :

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n \times (n+1)}$$

$$d) \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1 \times n}{n(n+1)} + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{\cancel{(n+1)}}{n \cancel{(n+1)}} = \frac{1}{n}$$

donc on a démontré la conjecture.

exercice 2 :

Les points A, E, C et D, E, B sont alignés dans le même ordre.

$$\text{D'une part, } \frac{EC}{EA} = \frac{5}{7}$$

$$\text{D'autre part, } \frac{EB}{ED} = \frac{x}{x+3}.$$

Pour que les droites (AD) et (CB) soient parallèles on doit avoir :

$$\frac{5}{7} = \frac{x}{x+3}$$

$$5(x+3) = 7x$$

$$5x + 5 \times 3 = 7x$$

$$5x + 15 = 7x$$

$$5x - 7x = -15$$

$$\textcircled{-2x} = -15$$

$$x = \frac{-15}{-2} = 7,5$$

donc les droites (AD) et (CD) sont parallèles pour $x = 7,5$.

exercice 3:

$$\begin{aligned} 1) \text{ aire (enclos)} &= x \times (12 - x) \\ &= x \times 12 + x \times (-x) \\ &= 12x - x^2. \end{aligned}$$

or Victor souhaite un enclos de 27 m^2 .

$$\text{donc } 12x - x^2 = 27$$

$$\text{d'où } -x^2 + 12x - 27 = 0.$$

$$2) (x - 3)(9 - x)$$

$$\begin{aligned} &= x \times 9 + x \times (-x) + (-3) \times 9 \\ &\quad + (-3) \times (-x) \end{aligned}$$

$$= 9x - x^2 - 27 + 3x$$

$$= -x^2 + 12x - 27.$$

$$3) -x^2 + 12x - 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(9-x) = 0$$

$$x-3=0 \quad \text{ou} \quad 9-x=0$$

$$x=3 \quad \text{ou} \quad -x=-9$$

$$x = \frac{-9}{-1} = 9$$

donc Victor peut faire un enclos de 27 m^2 par une largeur de 3m ou de 9m .