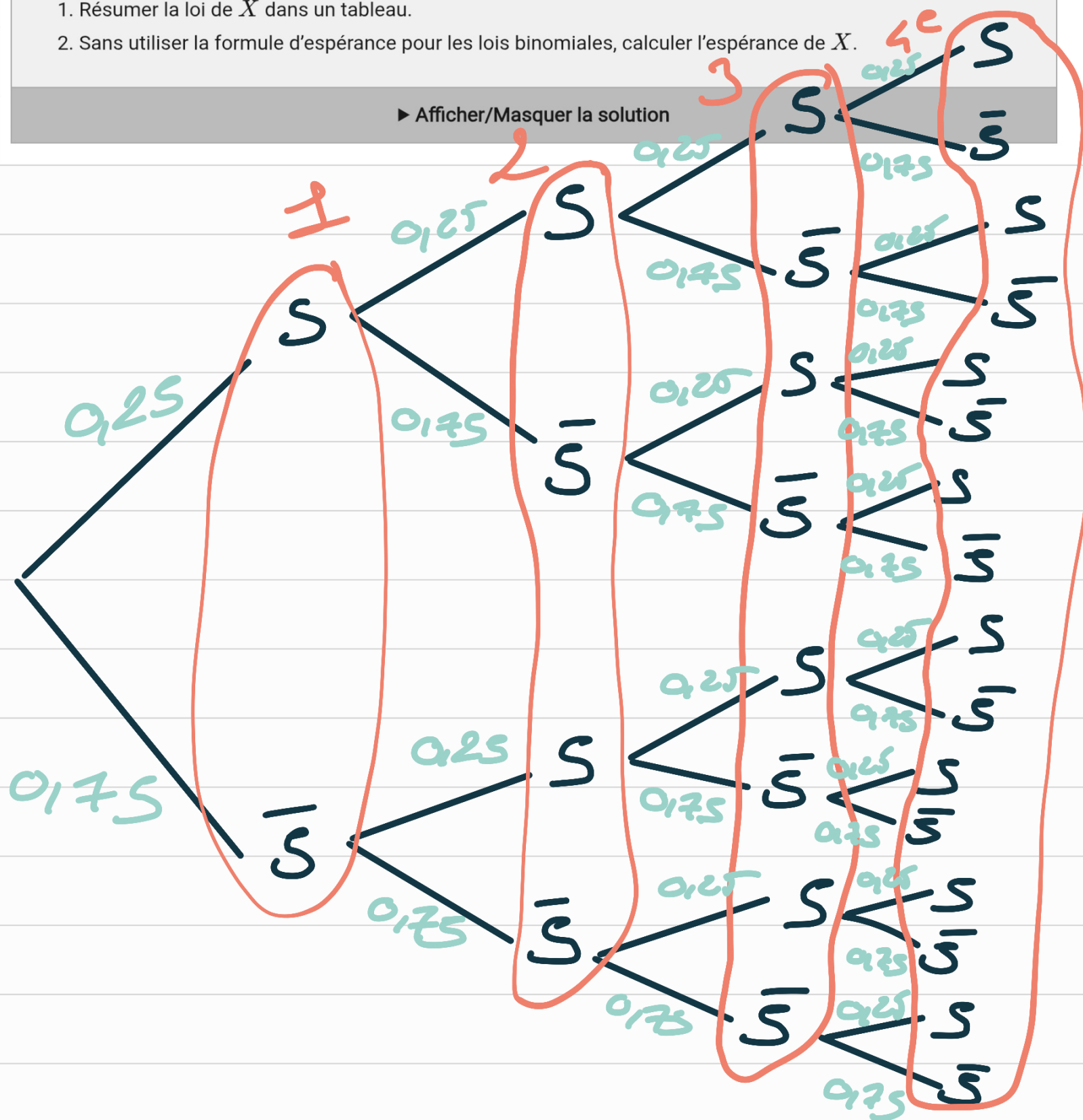


Espérance

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(4; 0.25)$.

1. Résumer la loi de X dans un tableau.
2. Sans utiliser la formule d'espérance pour les lois binomiales, calculer l'espérance de X .

► Afficher/Masquer la solution



$$\begin{aligned} P(X=0) &= \binom{4}{0} 0,25^0 (1-0,25)^{4-0} \\ &\approx 0,316 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X=1) &= \binom{4}{1} 0,25^1 (1-0,25)^{4-1} \\ &\approx 0,422 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X=2) &= \binom{4}{2} 0,25^2 (1-0,25)^{4-2} \\ &\approx 0,211 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X=3) &= \binom{4}{3} 0,25^3 (1-0,25)^{4-3} \\ &\approx 0,047 \end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(X=4) = \binom{4}{2} 0,25^2 (1-0,25)^{4-2} \\ \simeq 0,004.$$

k	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X=k)$	.	.	.	.	.

$$E[X] = 4 \times 0,25 = 1.$$

$\hookrightarrow$ Σ_n moyenne, ...

$$X \sim \mathcal{B}(p)$$

$$\mathbb{P}(X = 1) = p$$

$$\mathbb{P}(X = 0) = 1 - p$$

$$E[X] = p \quad \text{Var}(X) = p(1-p)$$

Partie A

Le centre propose aux personnes venues pour un week-end une formule d'initiation au roller composée de deux séances de cours. On choisit au hasard une personne parmi celles ayant souscrit à cette formule.

On désigne par A et B les événements suivants :

- A : « La personne chute pendant la première séance » ;
- B : « La personne chute pendant la deuxième séance ».

Pour un événement E quelconque, on note $P(E)$ sa probabilité et $\bar{E}$ son événement contraire.

Des observations permettent d'admettre que $P(A) = 0,6$.

De plus on constate que :

- Si la personne chute pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de $0,3$;
- Si la personne ne chute pas pendant la première séance, la probabilité qu'elle chute pendant la deuxième est de $0,4$.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ et interpréter le résultat.

3. Montrer que $P(B) = 0,34$.

4. La personne ne chute pas pendant la deuxième séance de cours. Calculer la probabilité qu'elle n'ait pas chuté lors de la première séance.

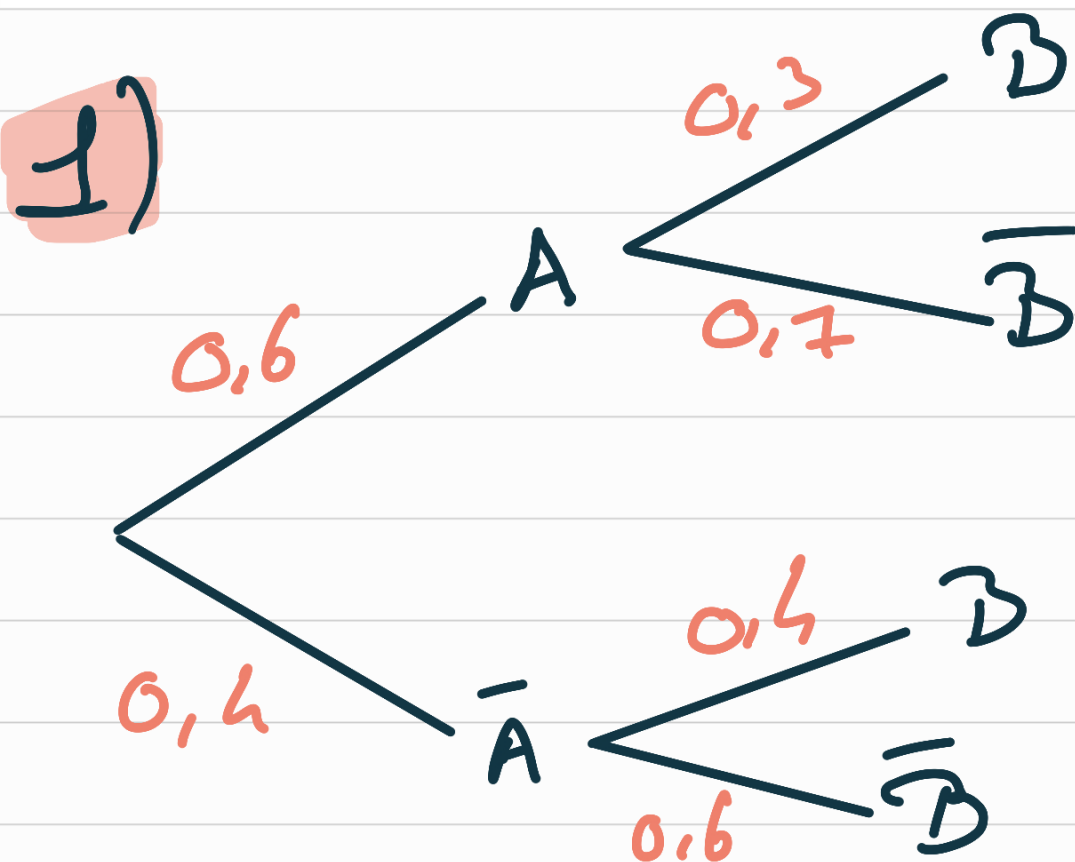
5. On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 personnes ayant souscrit à la formule, associe le nombre d'entre elles n'ayant chuté ni lors de la première ni lors de la deuxième séance. On assimile le choix d'un échantillon de 100 personnes à un tirage avec remise.

On admet que la probabilité qu'une personne ne chute ni lors de la première ni lors de la deuxième séance est de $0,24$.

a. Montrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Quelle est la probabilité d'avoir, dans un échantillon de 100 personnes ayant souscrit à la formule, au moins 20 personnes qui ne chutent ni lors de la première ni lors de la deuxième séance ?

c. Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.



$$2) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(\bar{B})$$

$$= 0,24.$$

3) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$$

$$= 0,34$$

$$4) P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})}$$

$$= \frac{0,24}{0,66}$$

$$\approx 0,364.$$

5) a) $X \sim \mathcal{B}(100; 0,24)$.

b) $\mathbb{P}(X \geq 20)$

$$= 1 - \mathbb{P}(X < 20)$$

$$\approx 0,855.$$

c) $E[X] = 24.$

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(3; p)$. On sait que $\mathbb{P}(X = 0) = \frac{1}{125}$. Que vaut p ?

► Afficher/Masquer la solution

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X=0) &= \binom{3}{0} p^0 (1-p)^{3-0} \\ &= (1-p)^3\end{aligned}$$

$$\text{donc } (1-p)^3 = \frac{1}{125}$$

$$1-p = \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$1-p = 0,2$$

$$p = 0,8$$