

QCM

(5 points)

Cette exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des cinq questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_2 = -3$ et $u_5 = -18$. Alors on a :
- a) $u_n = 2 - 5n$ b) $u_n = 7 - 5n$ c) $u_n = 5n - 13$ d) $u_n = -3n - 3$
- 2) La somme $S = 38 + 45 + 52 + 59 + \dots + 1676$ vaut :
- a) 192 465 b) 200 538 c) 201 395 d) 202 252
- 3) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_{n+1} = 2v_n - 4$ et $v_2 = 8$. On a alors :
- a) $v_0 = 5$ b) $v_0 = 0$ c) $v_0 = 10$ d) $v_0 = -2$
- 4) Un récipient contenant initialement un litre d'eau est laissé au soleil. Toutes les heures le volume d'eau diminue de 15 %. On appelle u_n le volume d'eau restant dans le récipient la n -ième heure. On a alors $\hookrightarrow 1 - \frac{15}{100} = 0,85$.
- a) $u_{n+1} = 0,85u_n$ b) $u_{n+1} = u_n - 0,15$ c) $u_n = 0,15^n$ d) $u_n = 1 - 0,15n$

$$1) \quad r = \frac{u_5 - u_2}{5 - 2} = \frac{-18 - (-3)}{3} = \frac{-15}{3} = -5.$$

$$u_2 = -3 \quad \text{et} \quad u_2 = u_0 + 2 \times (-5)$$

$$\hookrightarrow -3 = u_0 - 10$$

$$u_0 = -3 + 10$$

$$u_0 = 7$$

donc $u_n = 7 - 5n$

2) $S = 38 + 45 + 52 + 59 + \dots + 1676$

$\begin{matrix} & +7 & & +7 & & +7 \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow \\ & \text{---} & & \text{---} & & \text{---} \end{matrix}$

donc $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

avec $u_n = 38 + 7n$

$$1676 = 38 + 7n$$

$$1676 - 38 = 7n$$

$$1638 = 7n \Rightarrow n = \frac{1638}{7} = 234$$

$$S = u_0 + \dots + u_{234}$$

$$= 235 \times \left(\frac{u_0 + u_{234}}{2} \right) = 235 \times \left(\frac{38 + 1676}{2} \right)$$

$$= 235 \times 857$$

$$= 201\,395.$$

$$S = (n+1) \times \left(\frac{u_0 + u_n}{2} \right)$$

$$3) \cdot v_2 = 2v_1 - 4$$

$$8 = 2v_1 - 4$$

$$-2v_1 = -12.$$

$$v_1 = 6.$$

- $v_1 = 2v_0 - 4$

$$6 = 2v_0 - 4.$$

$$v_0 = 5$$

Exercice 8

Une entreprise décide de verser à ses ingénieurs une prime annuelle de 500 euros.

Pour ne pas se dévaluer, il est prévu que chaque année la prime augmente de 2% par rapport à l'année précédente.

On note (u_n) la suite des primes avec $u_1 = 500$.

1. Calculer u_2 puis u_3 (c'est-à-dire la prime versée par l'entreprise la 2^{ème} année et la 3^{ème} année).
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite (u_n) .
3. Un ingénieur compte rester 20 ans dans cette entreprise à partir du moment où est versée la prime.
 - a. Calculer la prime qu'il touchera la 20^{ème} année.
 - b. Calculer la somme totale S des primes touchées sur les 20 années.

1)

$$u_{n+1} = 1,02 u_n$$

$$u_1 = 500$$

$$u_2 = 1,02 \times 500 = 510$$

$$u_3 = 1,02 \times 510 = 520,2$$

2)

$$u_{n+1} = 1,02 u_n.$$

La suite est géométrique.

3) a) $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

$$u_n = 500 \times (1,02)^{n-1}$$

$\hookrightarrow u_{20} = 728,41.$

b) $S = u_1 + \dots + u_{20}$

$$= u_1 \times \frac{1 - q^{20}}{1 - q}$$

$$= 500 \times \frac{1 - (1,02)^{20}}{1 - 1,02}$$

$$= 12\ 128,7$$

$$u_{n+1} = u_n \times q \rightarrow \text{géométrique}$$

$$u_{n+1} = u_n + r \rightarrow \text{arithmétique}$$

$$u_9 = 3$$

$$u_6 = 27$$

$$q^{9-6} = \frac{u_9}{u_6} = \frac{3}{27}$$

$$q^{\textcircled{3}} = \frac{1}{9}$$

$$q = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}$$