

Révisions

Exercice 1 :

On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par $u_n = -n^2 + 2n$ et $v_n = u_{n+1} - u_n$.

- 1) a) Calculer u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 , puis v_0, v_1, v_2 et v_3 .
b) Que peut-on conjecturer pour la suite (v_n) ? Justifier.
- 2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -n^2 + 1$.
b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
c) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique et préciser la raison.

1) a) $u_0 = -0^2 + 2 \times 0 = 0$

$$u_1 = -1^2 + 2 \times 1 = 1$$

$$u_2 = -2^2 + 2 \times 2 = -4 + 4 = 0$$

$$u_3 = -3^2 + 2 \times 3 = -9 + 6 = -3$$

$$u_4 = -4^2 + 2 \times 4 = -16 + 8 = -8$$

b) $v_0 = u_1 - u_0 = 1 - 0 = 1$

$$v_1 = u_2 - u_1 = 0 - 1 = -1$$

$$v_2 = u_3 - u_2 = -3 - 0 = -3$$

$$v_3 = u_4 - u_3 = -8 - (-3) = -5.$$

b) $v_0 = 1$ $v_1 = -1$ $v_2 = -3$ $v_3 = -5$

Red annotations:
 -2 (between v_0 and v_1)
 -2 (between v_1 and v_2)
 -2 (between v_2 and v_3)

donc on peut conjecturer que la suite (v_n) est arithmétique de raison -2 .

2) a) $u_{n+1} = -(n+1)^2 + 2(n+1)$

$$= -(n^2 + 2n + 1) + 2n + 2$$

$$= -n^2 - \cancel{2n} - 1 + \cancel{2n} + 2$$

$$= -n^2 + 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } v_n &= u_{n+1} - u_n \\
 &= -n^2 + 1 - (-n^2 + 2n) \\
 &= \cancel{-n^2} + 1 + \cancel{n^2} - 2n \\
 &= 1 - 2n.
 \end{aligned}$$

donc $v_n = 1 - 2n$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } v_{n+1} &= 1 - 2(n+1) \\
 &= \underbrace{1 - 2n}_{v_n} - 2 \\
 &= v_n - 2
 \end{aligned}$$

donc (v_n) est arithmétique
de raison -2 .

Exercice 2 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \sqrt{2n^2 - 7n - 4}$

1) Résoudre l'inéquation $2n^2 - 7n - 4 \geq 0$

2) En déduire à partir de quel rang la suite (u_n) est définie.

3) Déterminer les trois premiers termes de cette suite.

$$\begin{aligned} 1) \quad \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-7)^2 - 4 \times 2 \times (-4) \\ &= 49 + 32 \\ &= 81 > 0 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) - \sqrt{81}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+6}{4} = 1.5$$

x	-2	$-\frac{1}{2}$	0	4	$+\infty$
signe	$+$	0	$-$	0	$+$

donc $2n^2 - 7n - 4 \geq 0$

pour $n \geq 4$

2) La suite (u_n) est
définie à partir du rang
 $n = 4$.

3) $u_4 = \sqrt{0} = 0$
 $u_5 = \sqrt{11}$

$$u_6 = \sqrt{26}.$$