

EXERCICE 2

Suite arithmétique et suite géométrique

(5 points)

1) La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .

On donne $u_{10} = \frac{1}{2}$ et $u_{20} = \frac{7}{2}$.

a) Déterminer la raison r et le premier terme u_0 .

b) Calculer u_{100}

2) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme v_0 .

On donne $v_4 = 48$ et $v_7 = 384$

a) Déterminer la raison q et le premier terme v_0

b) Déterminer n pour que $v_n = 24\,576$

c) Calculer la somme : $S = 3 + 6 + 12 + \dots + 24\,576$

$$\begin{aligned} 1) \quad a) \quad r &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{7}{2}}{10 - 20} = \frac{-\frac{6}{2}}{-10} \\ &= \frac{-3}{-10} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{10} &= u_0 + 10 \times \frac{3}{10} \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{11}{2} = u_0 + 3$$

$$\frac{1}{2} - 3 = u_0$$

$$\frac{1 - 6}{2} = u_0$$

$$-\frac{5}{2} = u_0$$

$$u_{100} = -\frac{5}{2} + \cancel{100} \times \frac{3}{\cancel{10}}$$

$$= -\frac{5}{2} + 30$$

$$= \frac{-5 + 60}{2}$$

$$= \frac{55}{2}$$

Exercice 6

- On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 48$ et de raison -5 .
 - Donner la relation de récurrence vérifiée par (u_n) , puis la formule explicite de (u_n) .
 - Calculer u_5 .
 - Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
- Reprendre la question 1. en considérant cette fois la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_1 = -2$ et de raison 3.

1) a)
$$u_n = u_0 + n \times r \quad \left\{ \begin{array}{l} u_{n+1} = u_n - 5 \\ \downarrow \\ u_{n+1} = u_n + r \end{array} \right.$$

$$= 48 - 5n$$

b)
$$u_5 = 48 - 5 \times 5 = 23$$

c)
$$r = -5 < 0$$

donc (u_n) décroissante.

2) a)
$$v_n = v_1 \times q^{n-1} \left\{ \begin{array}{l} v_{n+1} = v_n \times 3 \\ \hline \hline \hline \end{array} \right. \\ = -2 \times 3^{n-1}$$

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

b)
$$v_5 = -2 \times 3^{5-1} \\ = -2 \times 3^4$$

$$= -2 \times 81$$

$$= -162.$$

c)
$$q = 3 > 1$$

$$v_1 = -2 < 0$$

$$\{ (v_n) \text{ décroissante}$$

- $q > 1, u_0 > 0 \Rightarrow (u_n) \nearrow$
- $q > 1, u_0 < 0 \Rightarrow (u_n) \searrow$
- $0 < q < 1, u_0 > 0 \Rightarrow (u_n) \searrow$
- $0 < q < 1, u_0 < 0 \Rightarrow (u_n) \nearrow$



Si $q \leq 0$, alors la suite n'est pas monotone.

EXERCICE 4

Rebonds d'une balle

(4 points)

Lucas lâche une balle d'une hauteur de 24 m. On estime que, lorsque la balle rebondit, la hauteur de son rebond perd 10 % par rapport au précédent rebond. On considère que la balle ne rebondit plus lorsque la hauteur du rebond est inférieure à 1 cm.

On appelle h_n la hauteur de rebond de la balle après le n -ième rebond. On pose $h_0 = 24$.

- 1) Justifier que la suite (h_n) est une suite géométrique dont précisera la raison q .
- 2) On voudrait déterminer le nombre de rebonds qu'effectue la balle de Lucas. Pour cela, on a écrit un algorithme incomplet pour connaître le nombre de rebonds :

Variables : N : entier et H réel

Entrées et initialisation

... $\rightarrow N$

... $\rightarrow H$

Traitement

tant que $H \dots$ **faire**

... $\rightarrow N$

... $\rightarrow H$

fin

Sorties : Afficher ...

~~Recopier et compléter l'algorithme pour qu'il donne le nombre de rebonds de la balle.~~

- 3) On admet que la balle a effectué 74 rebonds. Quelle distance a parcourue la balle ?
On donnera le résultat au cm près.

$$1) h_{n+1} = h_n \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$h_{n+1} = h_n \times 0,9$$

donc (h_n) est géométrique de raison 0,9.

$$3) h_n = h_0 \times q^n$$
$$h_{74} = 24 \times (0,9)^{74} \approx 9,9 \times 10^{-3}$$

$$S = v_0 + \dots + v_{74}$$

$$= v_0 \times \frac{1 - q^{74+1}}{1 - q}$$

$$= 24 \times \left(\frac{1 - 0,9^{75}}{(1 - 0,9)} \right)$$

$$= 240$$