

Géométrie

exercice :

$$A(0; 4; 1) \quad B(1; 3; 0) \\ C(2; -1; -2) \quad D(7; -1; 4)$$

1) Démontrer que les points A, B, C définissent un plan.

$$\vec{AB}(1; -1; 1)$$

$$\vec{AC}(2; -5; -3)$$

$$\cdot \frac{1}{2} \neq \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

donc Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires et les points A, B, C forment un plan.

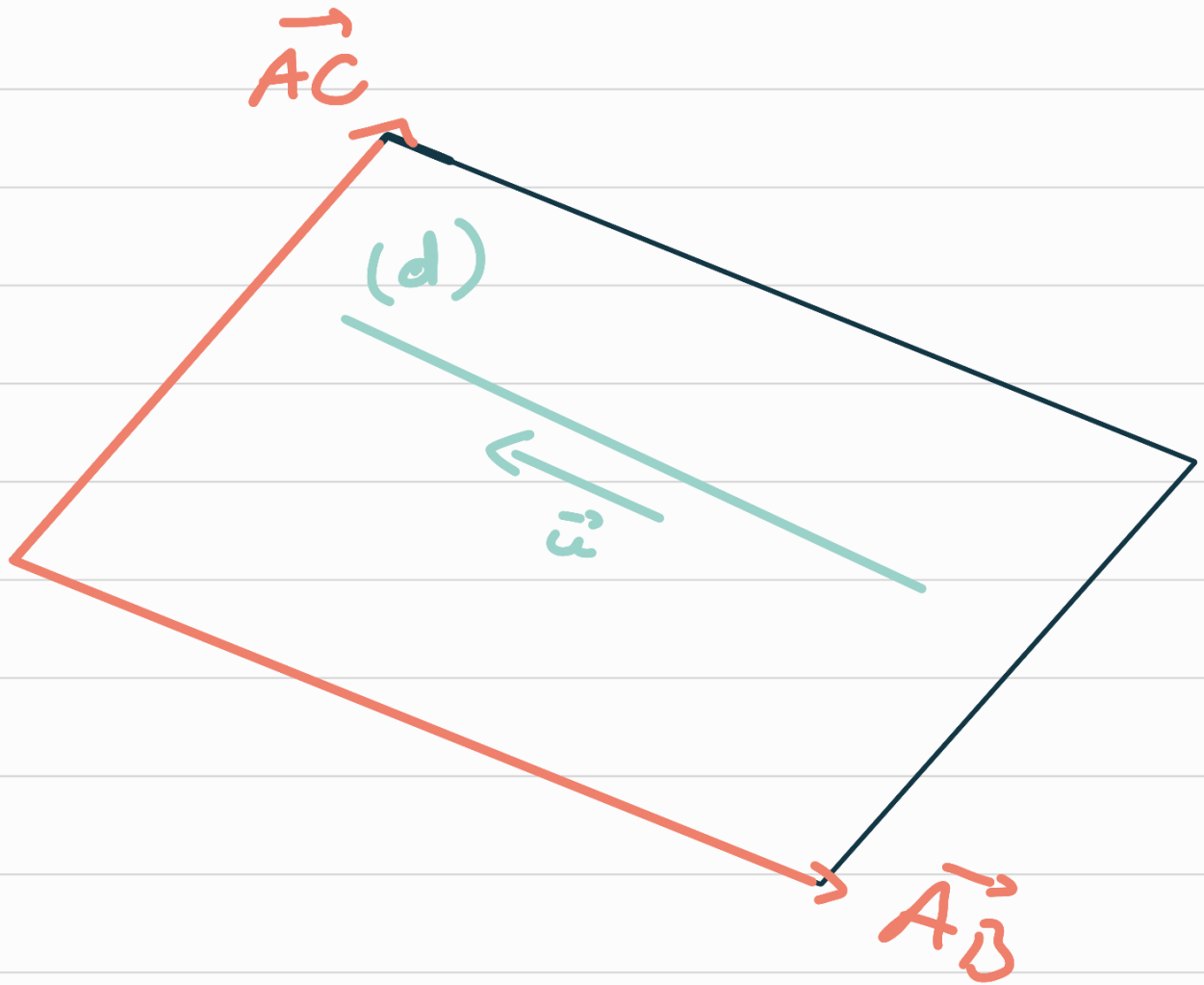
2) Donner un couple de vecteurs directeurs de ce plan.

un couple de vecteurs directeur est $(\vec{AB} ; \vec{AC})$

3) La droite (d) de vecteur directeur $\vec{u}(-4; 1; 3)$ passant par le point $(-2; 0; 2)$.

Est-ce-que la droite (d)

est parallèle au plan (ABC)?



$$\vec{u} = x \vec{AB} + y \vec{AC} ?$$

$$(-4; 1; 3) = x(1; -1; 1) + y(2; -5; -3)$$

$$\begin{cases} -4 = x + 2y & L_1 \\ 1 = -x - 5y & L_2 \\ 3 = x - 3y & L_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 - 2y \\ 1 = -(-4 - 2y) - 5y \\ 3 = x - 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 - 2y \\ 1 = 4 + 2y - 5y \\ 3 = x - 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 - 2y \\ z = 4 - 3y \\ 3 = x - 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 - 2y \\ -3 = -3y \\ 3 = 2 - 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 - 2 \times 1 = -6 \\ y = 1 \\ 3 = -6 - 3 \times 1 = -9 \end{cases}$$

donc le système n'a pas de solution.

1) Donc la droite (d) n'est pas parallèle au plan (ABC).

exercice :

$$A(1; 2; 7) \quad D(2; 0; 2)$$

$$C(3; 1; 3) \quad D(3; -6; 1)$$

$$E(4; -8; -4).$$

1) 1) Démontrer que les points A, B, C définissent un plan.

$$\overrightarrow{AB}(1; -2; -5)$$

$$\vec{AC}(2; -1; -4).$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-1} = 2$$

donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaire et les points A, B, C définissent un plan.

2) Montre que la droite (DE) est parallèle au plan (ABC) .

$$\vec{DE}(1; -2; -5)$$

$$(1; -2; -5) = x(1; -2; -5)$$

$$+ y(2; -1; -4)$$

$$\begin{cases} 1 = x + 2y \\ -2 = -2x - y \\ -5 = -5x - 4y \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x = 1 - 2y \\ -2 = -2(1 - 2y) - y \\ -5 = -5x - 4y \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \quad \begin{cases} x = 1 - 2y \\ -2 = -2 + 4y - y \\ -5 = -5x - 4y \end{cases}$$

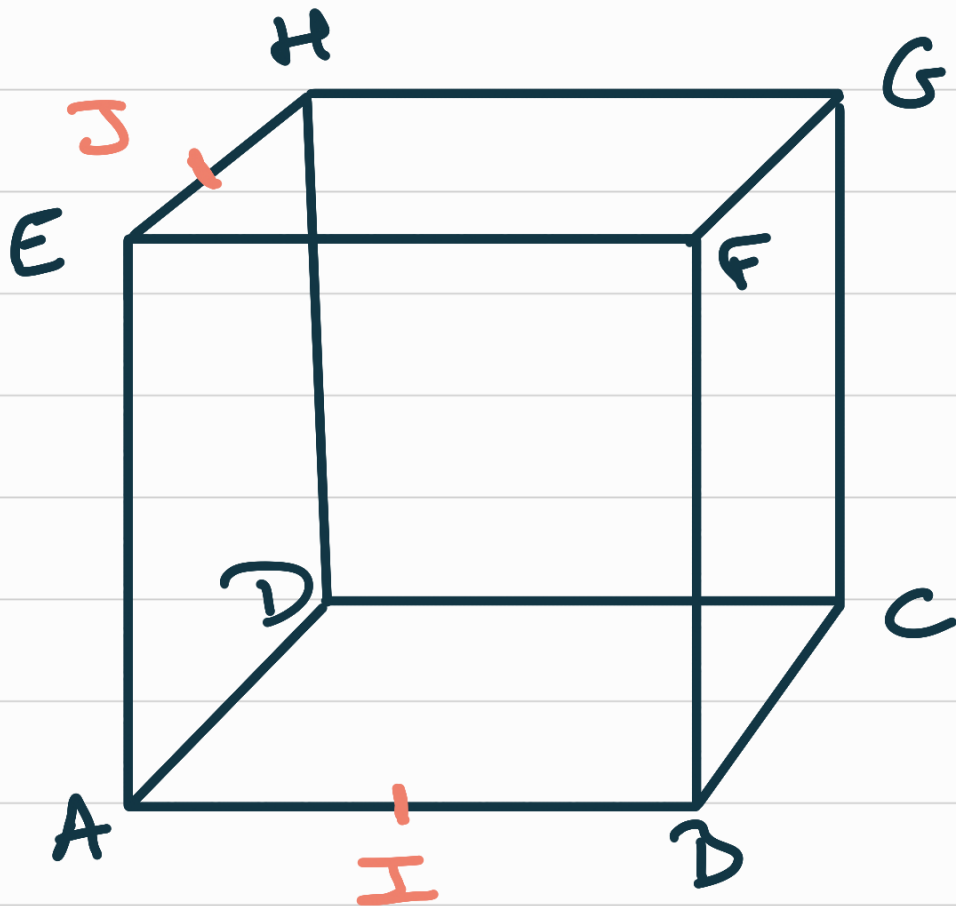
$$(\Rightarrow) \quad \begin{cases} x = 1 - 2y \\ 0 = 3y \\ -5 = -5x - 4y \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ -5 = -5 \times 1 - 4 \times 0 \end{cases}$$

donc :

$$\overrightarrow{DE} = 1 \times \overrightarrow{AB} + 0 \times \overrightarrow{AC}$$

et donc la droite (DE)
est parallèle au plan (ABC).

exercice :



1) Démontrer que :

$$\vec{IJ} = \vec{AE} + \frac{1}{2} \vec{BD}.$$

$$\begin{aligned} \vec{IJ} &= \vec{IA} + \vec{AE} + \vec{EJ} \\ &= \frac{1}{2} \vec{BA} + \vec{AE} + \frac{1}{2} \vec{EH} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \vec{DA} + \vec{AE} + \frac{1}{2} \vec{AD}$$

$$= \frac{1}{2} \vec{BD} + \vec{AE}$$

2) En déduire que :

$$2\vec{IJ} = \vec{AE} - \vec{HB}$$

$$\vec{IJ} = \vec{AE} + \frac{1}{2} \vec{BD}$$

$$\begin{aligned} 2\vec{IJ} &= 2\vec{AE} + \vec{BD} \\ &= \vec{AE} + \vec{AE} + \vec{BD} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \vec{AE} + \underbrace{\vec{DH} + \vec{BD}} \\
&= \vec{AE} + \vec{BH} \\
&= \vec{AE} - \vec{HB}.
\end{aligned}$$

3) Les vecteurs $\vec{AE}$; $\vec{HB}$ et $\vec{IJ}$ sont-ils coplanaires ?

$$2\vec{IJ} = \vec{AE} - \vec{HB}$$

$$\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AE} - \frac{1}{2}\vec{HB}$$

donc les vecteurs $\vec{AE}$; $\vec{HB}$ et $\vec{IJ}$ sont-ils coplanaires.