

— Exercice 2 —

7 points

Au basket-ball, il existe deux sortes de tir :

— les tirs à deux points.

Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.

— les tirs à trois points.

Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

1. Stéphanie réalise un tir.

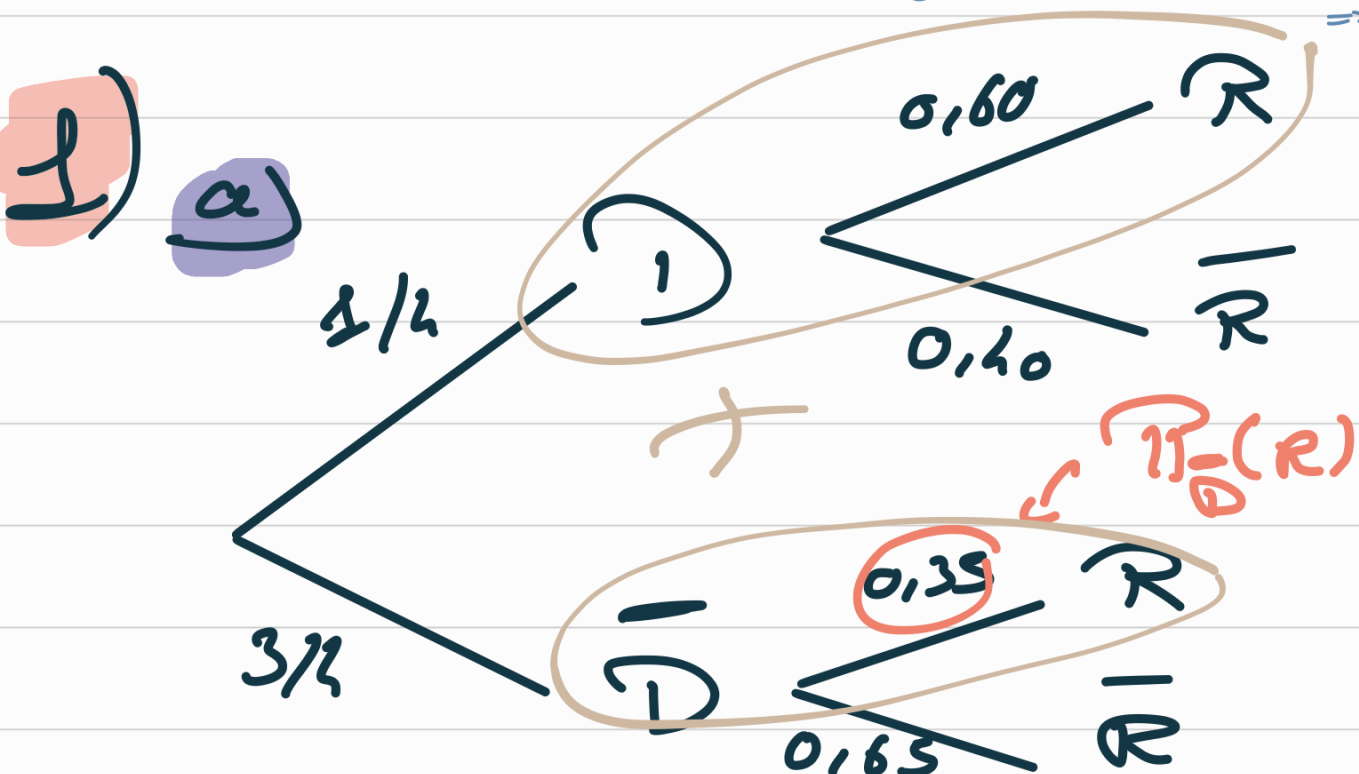
On considère les événements suivants :

D : « Il s'agit d'un tir à deux points ».

R : « le tir est réussi ».

- Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
 - Calculer la probabilité $p(\overline{D} \cap R)$.
 - Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à 0,4125.
 - Stéphanie réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points. Arrondir le résultat au centième.
2. Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.
- On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis.
- On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.
- Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
 - Calculer l'espérance de X . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
 - Déterminer la probabilité que Stéphanie réussisse 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
 - Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.

Es 10 tirs et je rates au maximum 4 tirs
 $\Rightarrow$ je réussis au minimum 6 tirs
 $\Rightarrow P(X \geq 6)$



$$\begin{aligned}
 \textcircled{b) } P(\bar{D} \cap R) &= P(\bar{D}) \times P_{\bar{D}}(R) \\
 &= \frac{3}{4} \times 0,35 \\
 &= 0,2625
 \end{aligned}$$

donc $P(\bar{D} \cap R) = 0,2625$.

$\textcircled{c) }$ D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P(R) &= P(D \cap R) + P(\bar{D} \cap R) \\
 &= \frac{1}{4} \times 0,80 + \frac{3}{4} \times 0,35 \\
 &= 0,4125.
 \end{aligned}$$

donc la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est

égale à 0,4125.

$$d) P(\overline{D}) = \frac{P(R \cap \overline{D})}{P(R)}$$

$$= \frac{0,2625}{0,4125}$$

$$\approx 0,64$$

donc la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points sachant que Stéphanie a réussi le tir est d'environ 0,64.

2) a) $B_A \text{ et } A \dots$



donc $X \hookrightarrow \mathcal{B}(10; 0,35)$

b)

$$E[X] = n \times p$$

$$V(X) = n \times p \times (1-p).$$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$\hookrightarrow \{0; \dots; n\}$

$$E[X] = 10 \times 0,35 = 3,5$$

En moyenne

à trois points, Stéphanie réussit 3,5 fois.

... au plus 3 $\Rightarrow X \leq 3$

... au moins 3 $\Rightarrow X \geq 3$

... 3 ou plus $\Rightarrow X \geq 3$

... 3 ou moins $\Rightarrow X \leq 3$

... exactement 3 $\Rightarrow X = 3$

c) $P(X \geq 4) \approx 0,49$

donc la probabilité que
Stéphanie réussisse 4 tirs
ou plus est d'environ 0,49.

d) $P(X \geq 6) \approx 0,09.$

donc la probabilité que
Stéphanie rate au plus
4 tirs est d'environ 0,09.

Objectif

Modéliser une situation à l'aide de la loi binomiale, puis utiliser un algorithme afin d'optimiser les recettes d'une entreprise.

Principe

Une compagnie aérienne assure une ligne régulière avec un avion d'une capacité de 70 passagers. Les clients réservent gratuitement par Internet, sans obligation d'achat et sans pénalité en cas de non présentation.

La compagnie propose n places à la réservation (n nombre entier naturel, $n \geq 70$) et on suppose que les n places sont réservées mais seuls 95 % des voyageurs se présentent à l'embarquement et achètent effectivement leur billet.

Le prix du billet s'élève à 90 €.

Du point de vue de la compagnie, la présence ou non d'un client à l'embarquement est une épreuve de Bernoulli et les n clients représentent n répétitions identiques et indépendantes de cette épreuve.

X est la variable aléatoire qui donne le nombre de passagers achetant effectivement leur billet parmi les n ayant réservé.

**1. Sans surréservation**

On suppose dans cette question que $n = 70$.

- Déterminer la loi de probabilité de X et préciser ses paramètres.
- Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion.
Arrondir au millième.

2. Avec surréservation

On suppose dans cette question que $n = 80$ (la capacité restant de 70 passagers).

Si un voyageur ayant réservé arrive pour embarquer alors que l'avion est déjà complet, la compagnie lui verse un dédommagement de 45 €.

- Dans cette situation, quelle est la loi de probabilité de X ?
- Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une place libre dans l'avion ?
Arrondir au millième.
- Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un voyageur ayant réservé et ne pouvant pas embarquer.
Arrondir au millième.