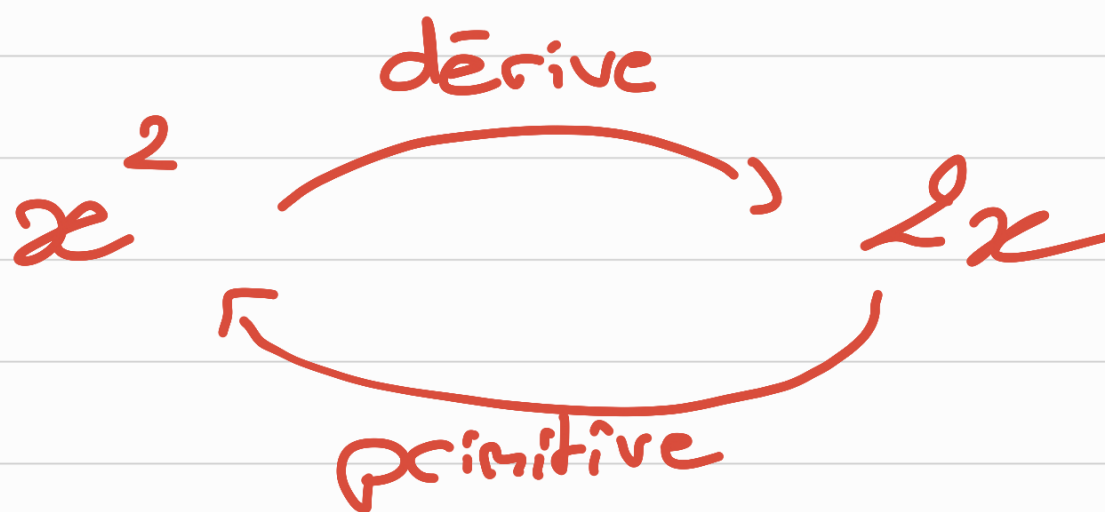


Primitives

Functions	Primitives
$k, k \in \mathbb{R}$	kx
x	$\frac{x^2}{2}$
$x^n, n \geq 1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$
$\frac{1}{x^n}, n \geq 2$	$-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{x^{n-1}}$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$



e^x	e^x
-------	-------



remarque :

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

Functions	Primitives
$u^n \times u'$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$k \times f$	$k \times F$
$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\sqrt{u}$
$u' e^u$	e^u

exemple :

$$\underbrace{2x}_{u'} \times \underbrace{(2x+1)}_u \xrightarrow{\text{primitive}} \frac{(2x+1)^4}{4}$$

⚠ Souvent le u' n'est pas dans la fonction.

que quand u' est une constante

$$\underbrace{(2x+1)}_u \xrightarrow{\text{primitive}} \frac{1}{2} \times \frac{(2x+1)^4}{4}$$

$u'?$

$$\hookrightarrow (2x+1)^3 \times \frac{2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times [2x(2x+1)^3]$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{(2x+1)^4}{4}$$

Functions	Primitives
$\frac{u'}{u}$	$\ln(u)$
$\frac{u'}{u^n}, n \geq 2$	$-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}}$

I.P.P.:

$$\int \underbrace{u'}_{\text{choix}} \underbrace{v}_{\text{choix}} = [uv] - \int uv'$$

$$\textcircled{1} e^x \times x^n \Rightarrow \begin{matrix} \text{primitive} \\ \text{dérive} \end{matrix} \begin{matrix} e^x \\ x^n \end{matrix}$$

$$\textcircled{2} \quad \ln(\cdot) \times x^n \Rightarrow \begin{array}{l} \text{primitive } x^n \\ \text{dérive } \ln(\cdot) \end{array}$$

exercice 2:

$$f(x) = x \ln(1+x)$$

$$5) \textcircled{a} \quad I = \int_0^1 x \ln(1+x) dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \times \ln(1+x) \right]_0^1$$

$$- \int_0^1 \frac{x^2}{2} \times \frac{1}{1+x} dx$$

$$= \frac{\ln(2)}{2} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2}{1+x} dx$$

Linéarité de l'intégrale:

$$\int \lambda f + g = \lambda \int f + \int g$$

exemple: $\int_0^1 3x^2 + 5x dx$

$$= 3 \int_0^1 x^2 dx + 5 \int_0^1 x dx$$

$$= 3 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + 5 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1$$

$$= 3 \left(\frac{1}{3} - \frac{0}{3} \right) + 5 \left(\frac{1}{2} - \frac{0}{2} \right)$$

$$b) \cdot \frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}.$$

D'au :

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^1 x dx - \int_0^1 1 dx + \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 - \left[x \right]_0^1 + \left[\ln(x+1) \right]_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{2} - 0 \right) - (1 - 0) + (\ln(2) - \ln(1))$$

$$= -\frac{1}{2} + \ln(2).$$

c)
$$I = \frac{\ln(2)}{2} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$$

$$= \frac{\ln(2)}{2} - \frac{1}{2} \left(\ln(2) - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{\ln(2)}{2} - \frac{\ln(2)}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4}.$$

example: $f(x) = x e^{x^2}$

$u' = 2x \leftarrow u$

x^2

$$F(x) = \frac{1}{2} x e^{x^2}.$$

$$\bullet I = \int_0^1 x e^x dx$$

$$= \left[x e^x \right]_0^1 - \int_0^1 1 x e^x dx$$

$$= e^1 - \int_0^1 e^x dx$$

$$= e^1 - \left[e^x \right]_0^1$$

$$= e^1 - (e^1 - e^0)$$

$$= e^1 - e^1 + 1$$

$$= 1.$$