

exercice 1:

1) • $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = l \in \mathbb{R},$

alors $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = l.$

• $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty,$ alors

$\mathcal{C}_f$ admet une asymptote verticale $x = a$

1) après le tableau de variation, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5.$ Donc la

droite d'équation $y = -2$ n'est une asymptote horizontale

$\bar{a} \in \mathbb{Q}$ et l'affirmation est fausse.

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$$

$$\alpha \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 5 = 0^-$$

$$\text{et } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) - 5} = -\infty$$

$$\frac{1}{0^+} = +\infty \quad | \quad \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{f(x) - 5} = -\infty,$$

et l'affirmation est fautive.

exercice 2:

1). $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 6x + 9 = +\infty$

$$\hookrightarrow x^2 \left(1 - \frac{6x}{x^2} + \frac{9}{x^2} \right)$$

$$= x^2 \left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} \right)$$

or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x^2} = 0$

donc par somme $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} = 1$

de plus $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$, et

donc par produit de limites,
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 6x + 9 = +\infty$

Donc par produit de limites
on a:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 6x + 9 = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k} = +\infty$$

or par croissance comparée,

on a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

Donc la courbe de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$.

2) a) $u(x) = x^2 - 6x + 9$
 $u'(x) = 2x - 6$

$$v(x) = e^x$$

$$v'(x) = e^x$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 6)e^x + (x^2 - 6x + 9)xe^x \\ &= e^x (2x - 6 + x^2 - 6x + 9) \\ &= e^x (x^2 - 4x + 3) \end{aligned}$$

$$b) f'(x) = e^x(x^2 - 4x + 3)$$

$$\text{or } e^x > 0$$

$f'(x)$ est du signe $x^2 - 4x + 3$

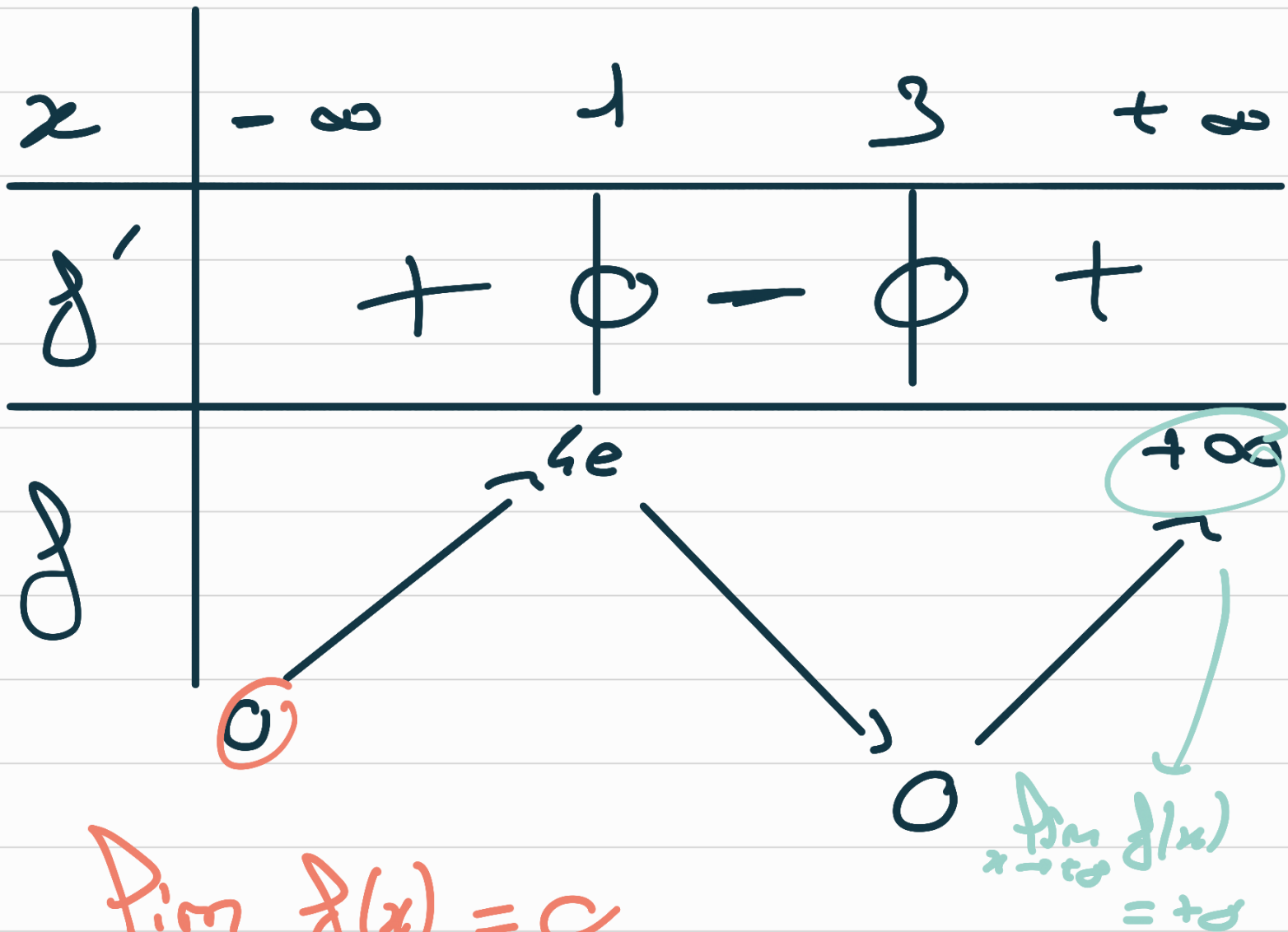
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3$$

$$= 4 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 2}{2} = 3$$



exercice 1:

Partie A:

1) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3}x - 2 = +\infty$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{3}x = -\infty$ ①

$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ②

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-\frac{1}{3}x} = 0$ ③

$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = c$

$\rightarrow \lim_{x \rightarrow a} g(x) = b$

$\rightarrow \lim_{x \rightarrow b} f(x) = c$

Donc par somme de
limites, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

b) $g(x) = 2e^{-\frac{1}{3}x} + \frac{2}{3}x - 2$

$$= \frac{2}{3}x \left[\frac{\cancel{2}e^{-\frac{1}{3}x}}{\cancel{\frac{2}{3}}x} + 1 \right] - 2$$

$$= \frac{2}{3}x \left(1 + \frac{e^{-\frac{1}{3}x}}{\frac{1}{3}x} \right) - 2$$

$$= \frac{2}{3}x \left(1 - \frac{e^{-\frac{1}{3}x}}{\frac{1}{3}x} \right) - 2$$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) ?$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{3}x = -\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{1}{3}x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-\frac{1}{3}x} = +\infty$

→ Par croissance comparée,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-\frac{1}{3}x}}{-\frac{1}{3}x} = +\infty.$$

D'où $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - \frac{e^{-\frac{1}{3}x}}{-\frac{1}{3}x} = -\infty$

donc par produit de
finie $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$