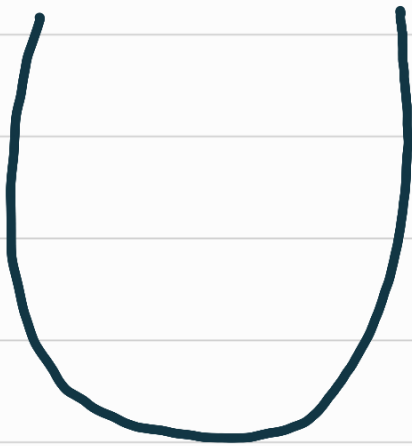


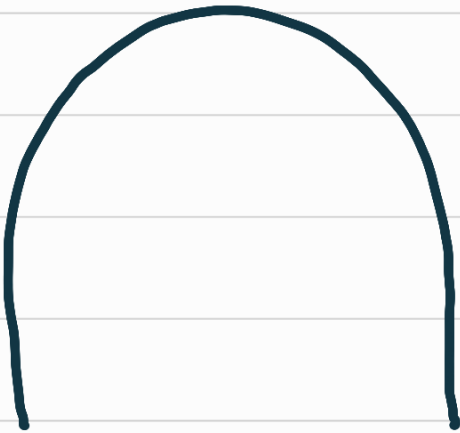
Convexité



Savoir dériver

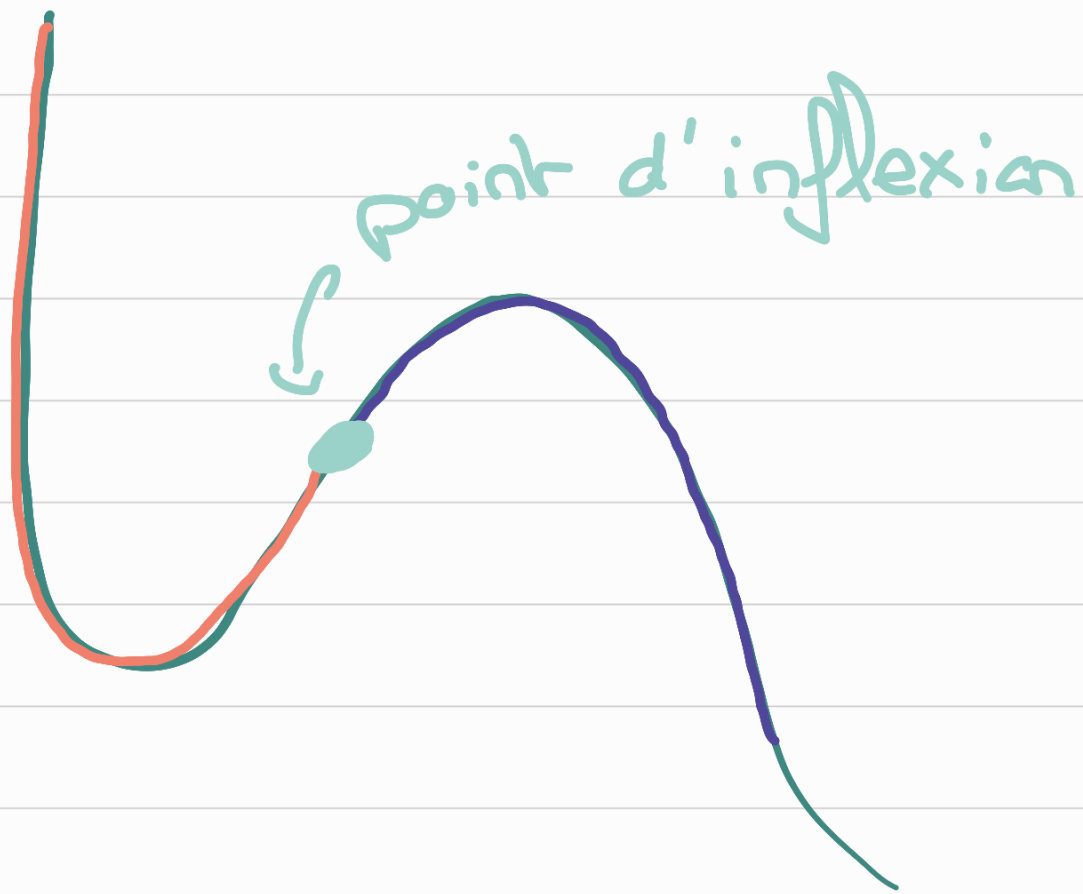


: convexe



: concave

exemple :



- $f'' = (f')'$

exemple : $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5$

$$f'(x) = 6x^2 + 8x$$

$$f''(x) = 12x + 8.$$

$$f'' > 0 \Leftrightarrow f \text{ convexe}$$

$$f'' < 0 \Leftrightarrow f \text{ concave.}$$

$$f' \text{ croissante} \Leftrightarrow f \text{ convexe}$$

$$f' \text{ décroissante} \Leftrightarrow f \text{ concave}$$

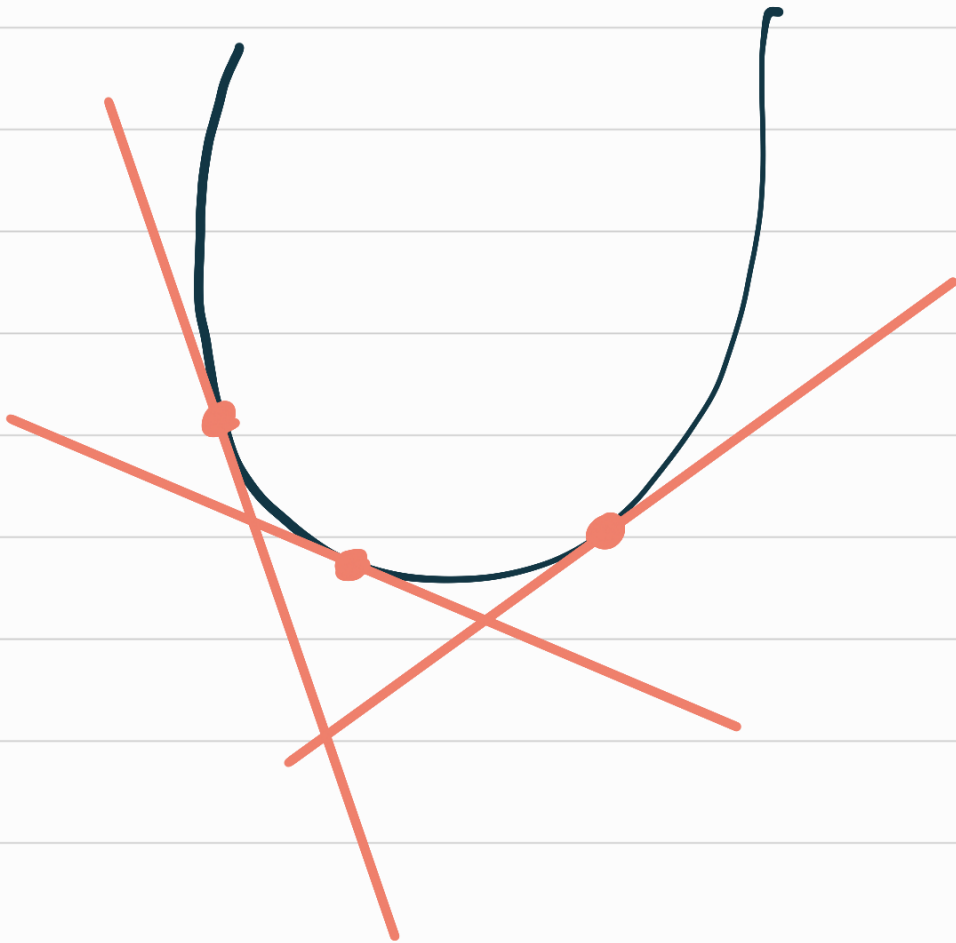
méthode : Étudier la convexité

① Calculer f''

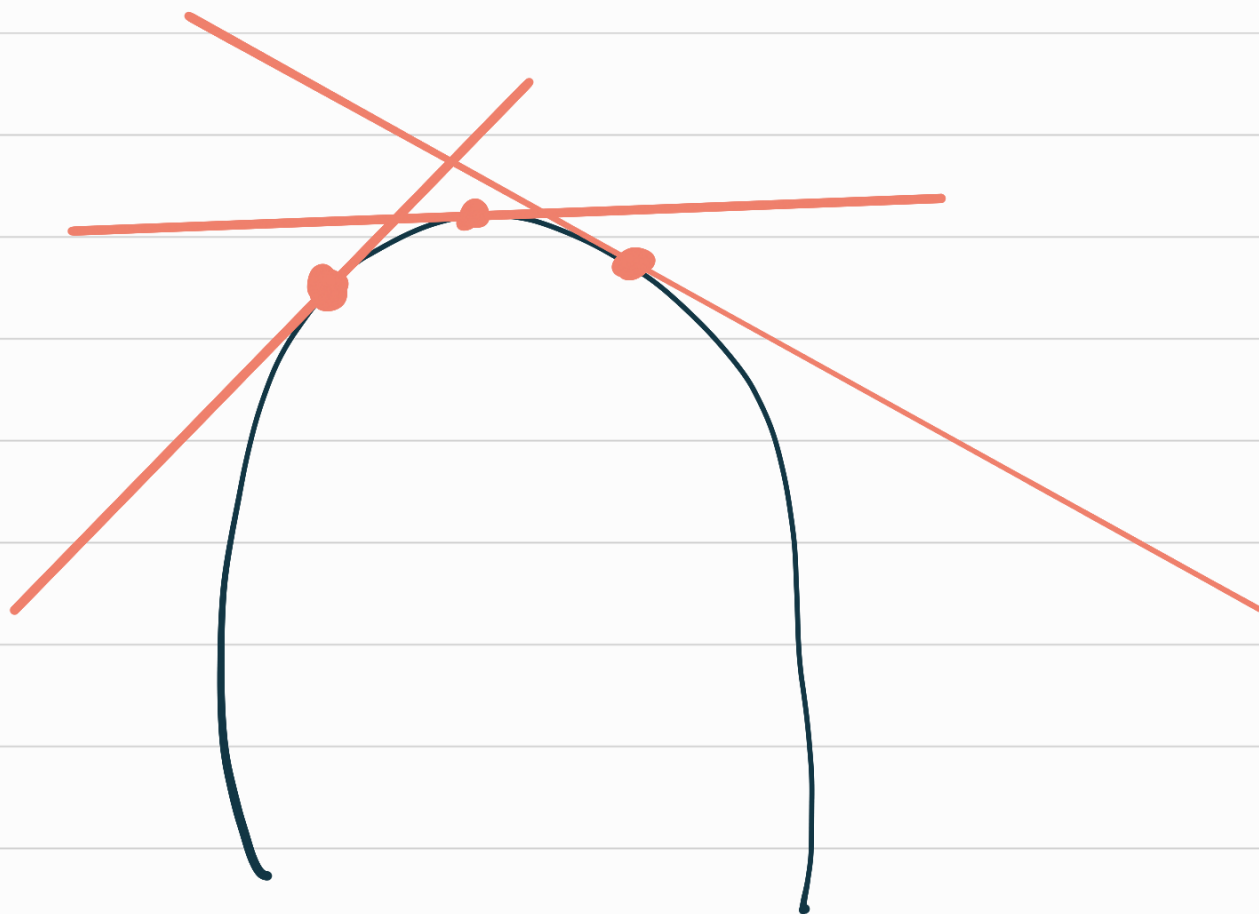
② Étudier signe de f''

③ Conclusion sur la convexité

f convexe $\Leftrightarrow$ toutes
ses tangentes sont situées
en dessous de C_f .



f concave $\Leftrightarrow$ toutes ses
tangentes sont situées
au dessus de C_f



Fin!

Exercices

exercice 2:

1) a) $f(x) = (3-x)e^x + 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1 \times e^x + (3-x) \times e^x \\ &= e^x (-1 + 3 - x) \\ &= e^x (2 - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (2 - x) + e^x \times -1 \\ &= e^x (2 - x - 1) \\ &= e^x (1 - x). \end{aligned}$$

b) $f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow 2 - x = 0$, car $e^x > 0$

$\Leftrightarrow -x = -2$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{-1} = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f'	$+$	ϕ	$-$
f		$e^2 + 1$	

$$c) f''(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1-x = 0, \text{ car } e^x > 0$$

$$\Leftrightarrow -x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f''	+	$\emptyset$	-

donc la fonction est convexe sur $]-\infty; 1]$ et la fonction est concave sur $[1; +\infty[$

Le point d'inflexion est 1.

$$2) a) g'(x) = -3x^2 + 6x$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 6^2 - 4 \times (-3) \times 0$$

$$= 36 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 6}{2 \times -3} = \frac{-12}{-6} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + 6}{2 \times -3} = 0$$

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
g'	signe a —	signe $-a$ $0 + 0$	signe a —		

x	$-\infty$	0	2	4
g'	$-$	0	$+$	$-$
g			3	

$\swarrow$
 -1

$\nearrow$
 -17

b) $y = g'(1)(x-1) + g(1)$

$$y = 3(x-1) + 1$$

$$y = 3x - 3 + 1$$

$$y = 3x - 2$$

donc l'équation ...

c) $g''(x) = -6x + 6$

$$-6x + 6 = 0$$

$$-6x = -6$$

$$x = \frac{-6}{-6} = 1$$

x	$-\infty$	1	4
g''	$+$	ϕ	$-$

donc g est convexe sur $]-\infty; 1]$ et g est concave sur $[1; 4]$.

Donc la courbe admet pour point d'inflexion 1 .

d) $h(x) = g(x) - \underbrace{(3x - 2)}_{T_{\pm g}}$

Comme g est convexe sur $]-\infty; 1]$, alors la courbe de g est au dessus de la tangente en 1, et donc la fonction h est positive sur $]-\infty; 1]$.

Comme g est concave sur $[1; 4]$, alors la courbe de g est au dessous de la tangente en 1, et donc la fonction h est négative sur $[1; 4]$.