

Limites de Fonctions

Opérations sur les limites

$\lim_{x \rightarrow a} f$	p	$\pm \infty$	p	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} g$	p'	p'	$\pm \infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} f+g$	$p+p'$	$\pm \infty$	$\pm \infty$	$+\infty$	$-\infty$	<u>F.I</u>

$\lim_{x \rightarrow a} f$	p	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$ $-\infty$	$-\infty$	0
$\lim_{x \rightarrow a} g$	p'	$p' > 0$ < 0	$p' > 0$ < 0	$+\infty$	$+\infty$ $-\infty$	$\pm \infty$
$\lim_{x \rightarrow a} f \times g$	$A \times p'$	$+\infty$ $-\infty$	$-\infty$ $+\infty$	$+\infty$ $-\infty$	$-\infty$ $+\infty$	<u>F.I</u>

$\lim_{x \rightarrow a} f$	P	P	$\pm \infty$	P	0	$\pm \infty$	0
$\lim_{x \rightarrow a} g$	$P' \neq 0$	0	$P' \neq 0$	$\pm \infty$	$P' \neq 0$	$\pm \infty$	0
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f}{g}$	$\frac{P}{P}$	$\frac{\pm \infty}{\pm \infty}$ (R.S.)	$\frac{\pm \infty}{\pm \infty}$ (R.S.)	0	0	$\frac{F.I}{F.I}$ ---	$\frac{F.I}{F.I}$ ---

$$\frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} = 0$$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

→ nombre
 $+\infty$
 $-\infty$

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = l \in \mathbb{R}$

On dit que f admet une asymptote horizontale d'équation $y = l$



• $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$

On dit que f admet
une asymptote verticale
d'équation $x = a$



• Limites usuelles

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$$

$$* \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ impair} \end{cases}$$

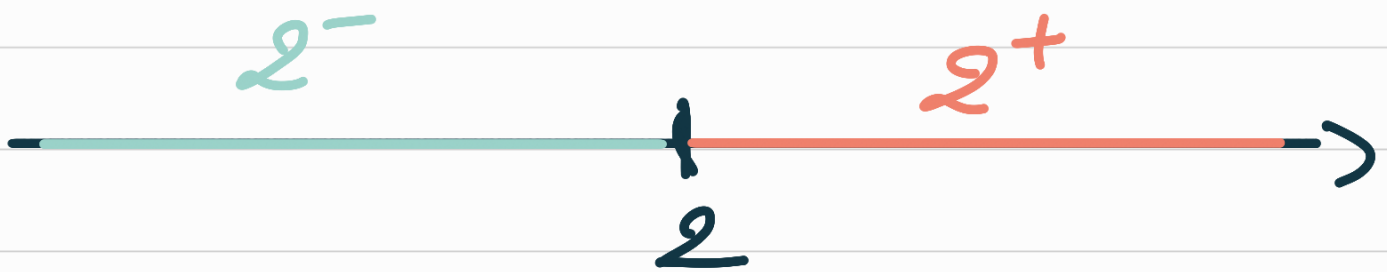
$$* \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$* \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \end{array} \right.$$

• Limite à droite et gauche

$$f(x) = \frac{1}{x-2}, \quad \mathbb{R} \setminus \{2\}$$



$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2^+ \\ x > 2}} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2^- \\ x < 2}} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

Géométrie

exercice 52:

1) $I = (1; 0,5; 0)$

$$J = (1; 0; 0,5)$$

$$K = (0,5; 0,5; 1)$$

$$H(0, 1, 1) \quad F(1, 0, 1)$$

2) $\vec{IJ} (0; -0,5; 0,5)$

$$\vec{IK} (-0,5; 0; 1)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{IJ} = 2 \times 0 + 1 \times -0,5 + 1 \times 0,5 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{IK} = 2 \times (-0,5) + 0 \times 1 + 1 \times 1 \\ = 0$$

donc $\vec{n}$ est orthogonal
à deux vecteurs directeurs du
plan (IJK), donc $\vec{n}$ est un
vecteur normal du plan.

3) La droite (d) perpendiculaire
au plan (IJK) et passant par
G(1,1,1) a pour vecteur directeur
le vecteur $\vec{n}(2; 1; 1)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{array} \right. , \quad \underline{\underline{t \in \mathbb{R}}}$$

$$(ISK): 2x + y + z + d = 0$$

$$I \in (ISK)$$

$$\hookrightarrow 2 \times 1 + 0,5 + 0 + d = 0$$

$$2,5 + d = 0$$

$$d = -2,5$$

$$\text{dnc } (ISK): 2x + y + z - 2,5 = 0$$

$$\bullet 2(1+2t) + 1+t + 1+t - 2,5 = 0$$

$$2 + 4t + 2 + 2t - 2,5 = 0$$

$$1,5 + 6t = 0$$

$$t = -\frac{1,5}{6} = -\frac{1}{4}$$

$$x = 1 + 2 \times -\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$z = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

donc $L\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$ est
le projeté orthogonal de G
sur (IJK) .

$$LG = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{3}{4}\right)^2 + \left(1 - \frac{3}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

$$4) \textcircled{a} L\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$$

$$\vec{IL}\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$$

$$\vec{IJ}\left(0; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\vec{IK}\left(-\frac{1}{2}; 0; 1\right)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \vec{IJ} + \vec{IK} &= -\frac{1}{2} \left(0; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \\ &\quad + \left(-\frac{1}{2}; 0; 1\right) \\ &= \left(0; \frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right) \\ &\quad + \left(-\frac{1}{2}; 0; 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right) \end{aligned}$$

donc $\vec{IL} = -\frac{1}{2} \vec{IJ} + \vec{IK}$.

et on peut en déduire
que $L \in (IJK)$.

b) • $L \in (IJK)$

montrons que $(GL) \perp (IJK)$

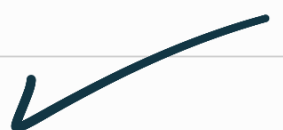
$$\vec{GL} = \left(-\frac{1}{2} ; -\frac{1}{4} ; -\frac{1}{4} \right)$$

$$\vec{n} = (2 ; 1 ; 1)$$

$$\bullet \frac{-1/2}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\bullet \frac{-1/4}{1} = -\frac{1}{4}$$

$$\bullet \frac{-1/4}{1} = -\frac{1}{4}$$



donc les vecteurs $\vec{GL}$
et $\vec{n}$ sont colinéaires.

Donc la droite (GL)
est perpendiculaire au plan
 (IJK) et $L \in (IJK)$, d'où
 L est le projeté orthogonal
de G sur (IJK) .