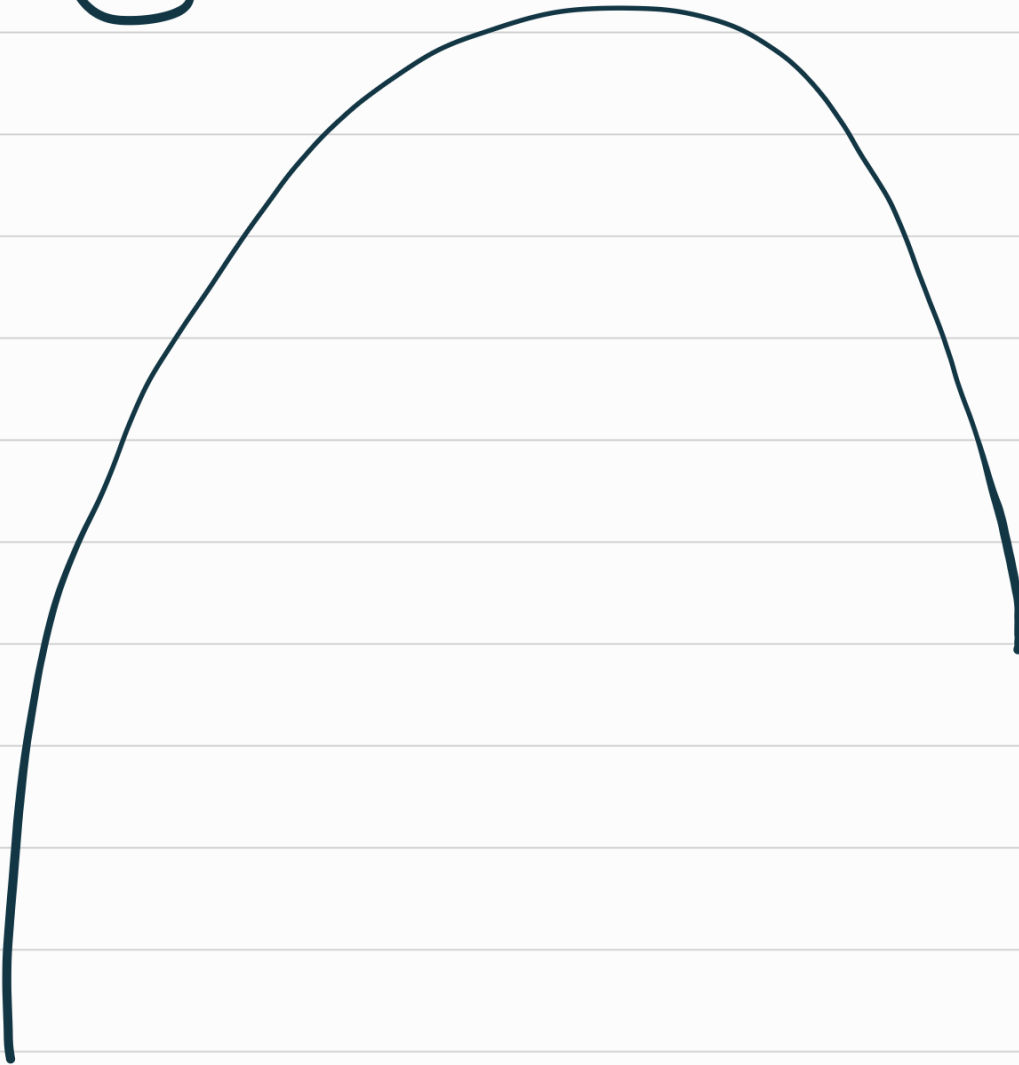


Révisions

exercice 1:

a) f concave sur $[5; 2]$

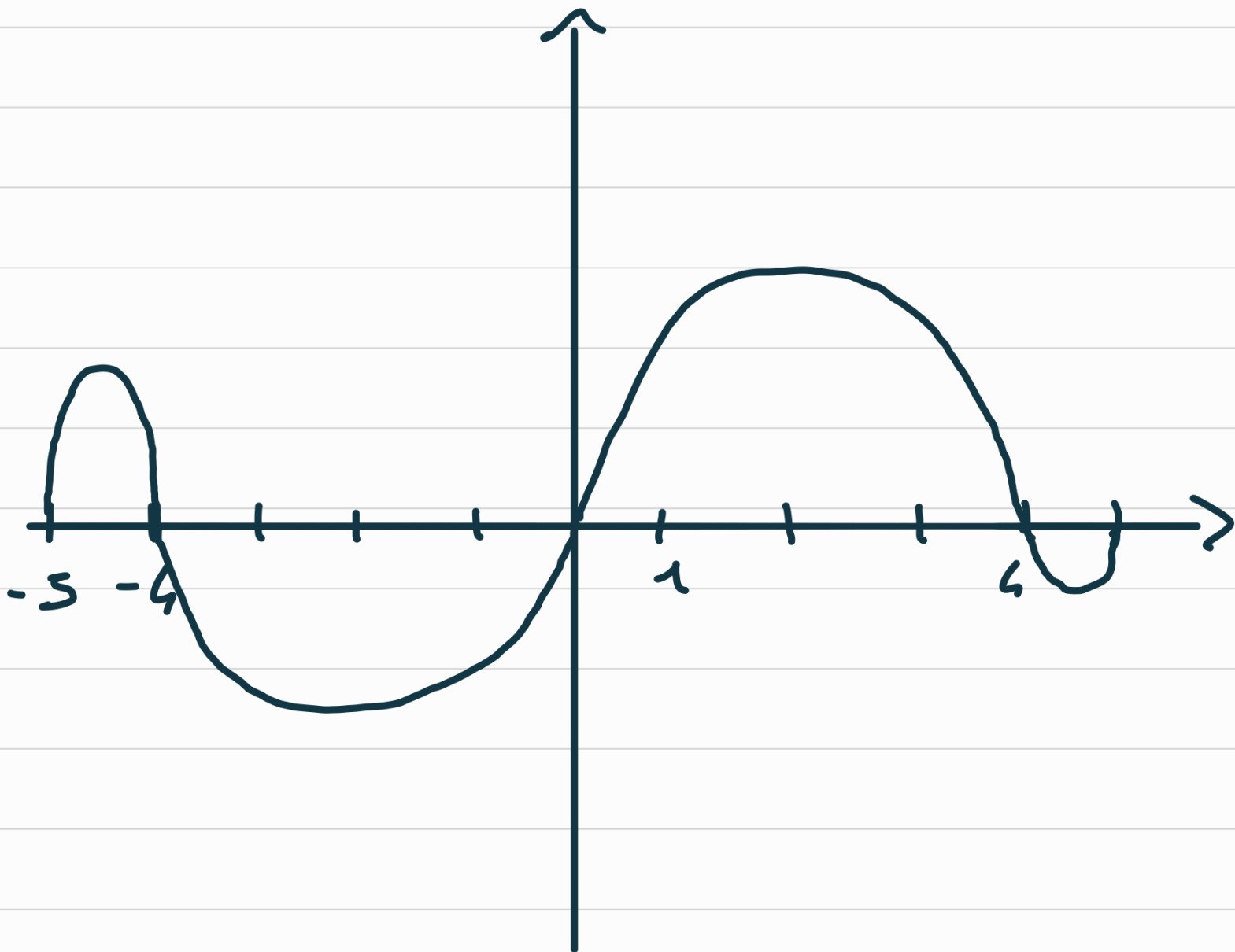


b) g' croissante sur $[-5; -2]$,
puis g' décroissante sur $[-2; 2]$
et g' croissante sur $[2; 5]$.

g convexe sur $[-5; -2]$
puis g concave sur $[-2; 2]$
puis g convexe sur $[2; 5]$.

c) h'' négative sur $[-5; -4]$
puis h'' positive sur $[-4; 0]$
puis h'' négative sur $[0; 4]$
puis h'' positive sur $[4; 5]$.

f, h concave sur $[-5; -4]$
puis h convexe sur $[-4; 0]$
puis h concave sur $[0; 4]$
puis h convexe sur $[4; 5]$.



exercice 2 :

$$C_T(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 2$$

$$1) a) C'_T(x) = x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$C'_T(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times 1 \times -\frac{1}{2}$$

$$= \frac{9}{4} > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 1.$$

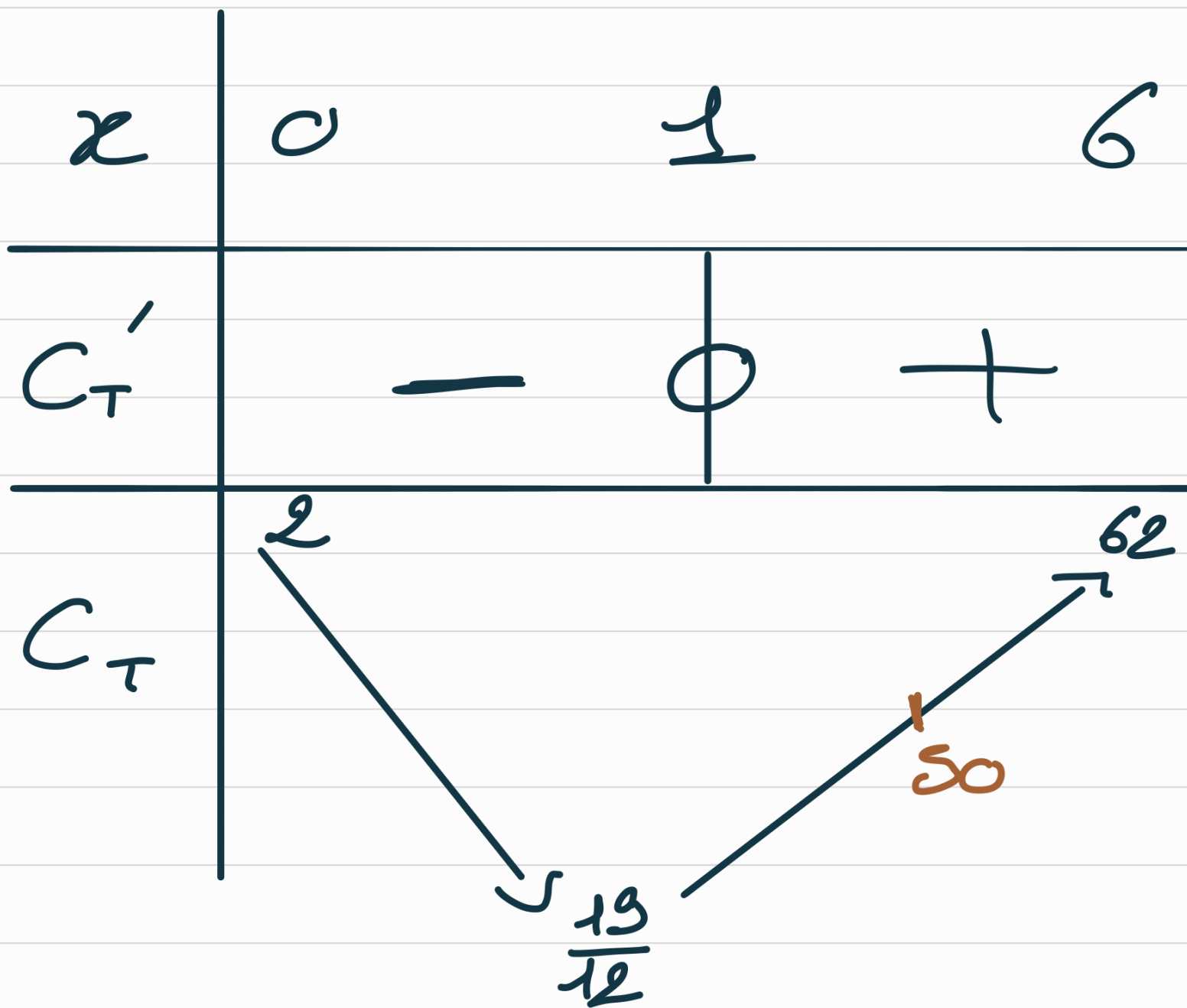
donc $C_T'(x) = 0$, pour $x_1 = -\frac{1}{2}$
et $x_2 = 1$.

b) Comme $\Delta > 0$, on a :

$$\begin{aligned} C_T'(x) &= a(x - x_1)(x - x_2) \\ &= 1\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)(x - 1) \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 1) \end{aligned}$$

c)

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$
C_T'	$+$	0	$-$	0	$+$



2) a) C_T est continue sur $[1; 6]$

• C_T est strict. croissante sur $[1; 6]$

$$C_T(1) < 50 < C_T(6)$$

donc par le corollaire du
théorème des valeurs intermédiaires,
l'équation $C_T(x) = 50$ admet
une unique solution sur $[4; 6]$.

Comme $50 \notin [2; \frac{19}{12}]$, alors
l'équation $C_T(x) = 50$ admet une
unique solution sur $[0; 6]$.

b) $\alpha \in [5,603; 5,604]$

c) $C_T(x) \leq 50$

Le nombre maximal de
cerfs - vants est de 5603.

exercice 3:

1) $f'(x) = 3x^2 + 4x - 20$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 256$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{10}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 2$$

x	$-\infty$	$-\frac{10}{3}$	2	$+\infty$
f'	$+$	$\bigcirc$	$- \bigcirc$	$+$
f		$\nearrow \frac{2048}{27}$	$\searrow 0$	$\nearrow$

$$2) f''(x) = 6x + 4$$

$$6x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$

donc f est concave sur $]-\infty; -\frac{2}{3}]$ et f est convexe sur $[-\frac{2}{3}; +\infty[$.

3) a) $T_{-1}: y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$$y = -21(x+1) + 45$$

$$y = -21x - 21 + 45$$

$$y = -21x + 24.$$

$$T_1: y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$y = -13(x-1) + 7$$

$$y = -13x + 13 + 7$$

$$y = -13x + 20.$$

b) Comme f est concave sur $] -\infty; -\frac{2}{3}]$, alors la courbe $\mathcal{C}$ est en dessous de la tangente T_1 sur $] -\infty; -\frac{2}{3}]$.

c) Comme f est convexe sur $[-\frac{2}{3}; +\infty[$, alors la courbe $\mathcal{C}$ est au-dessus de la tangente T_1 sur $[-\frac{2}{3}; +\infty[$.

$\hookrightarrow$

$$x^3 + 2x^2 - 20x + 24 \geq -13x + 20$$

f' T_1