

Dérivation

exercice 12:

$$k(x) = \frac{3x + 1}{x - 2}$$

a) . $x - 2 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad x = 2.$

Donc l'ensemble de définition de k est $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
 $=]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$

b) . $k(3) = \frac{10}{1} = 10$

$$. k(3+h) = \frac{3(3+h) + 1}{(3+h) - 2}$$

$$= \frac{9 + 3h + 1}{h + 1}$$

$$= \frac{3h + 10}{h + 1}$$

$$\bullet k(3+h) - k(3)$$

$$= \frac{3h + 10}{h + 1} - 10$$

$$= \frac{3h + 10 - 10 \times (h + 1)}{h + 1}$$

$$= \frac{3h + \cancel{10} - 10h - \cancel{10}}{h + 1}$$

$$= \frac{-7h}{h + 1}.$$

$$\bullet \frac{k(3+h) - k(3)}{h}$$

$$= \frac{\frac{-7h}{h+1}}{h} = \frac{-7\cancel{h}}{\cancel{h}(h+1)} = \frac{-7}{h+1}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{c \times b}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

donc $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(3+h) - k(3)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-7}{h+1} = \frac{-7}{1} = -7$$

donc k est dérivable au voisinage de 3 et $k'(3) = -7 < 0$

, et donc K est décroissante
au voisinage de 3.

c) • $K(-1) = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

• $K(-1+h) = \frac{3(-1+h) + 1}{-1+h-2}$
 $= \frac{3h-2}{h-3}$

• $K(-1+h) - K(-1) = \frac{3h-2}{h-3} - \frac{2}{3}$

$= \frac{3(3h-2) - 2(h-3)}{3(h-3)}$

$$= \frac{9h - 6 - 2h + 6}{3h - 9}$$

$$= \frac{7h}{3h - 9}$$

$$\cdot \frac{k(-1+h) - k(-1)}{h} = \frac{\cancel{7h}}{\frac{3h-9}{\cancel{h}}}$$

$$= \frac{7}{3h-9}$$

done $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(-1+h) - k(-1)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7}{3h-9} = \frac{7}{3 \cdot 0 - 9} = -\frac{7}{9}$$

donc k est dérivable en -1 , et $k(-1) = -\frac{7}{9} < 0$,

et donc k est décroissante au voisinage de -1 .

exercice 11:

$$g(x) = \sqrt{x+5}$$

a) $x+5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$

donc l'ensemble de définition de g est $[-5; +\infty[$

b) $y = g'(4)(x-4) + g(4)$

$\cdot g(4) = \sqrt{9} = 3$

$\cdot g(4+h) = \sqrt{(4+h)+5}$
 $= \sqrt{9+h}$

$$\cdot g(4+h) - g(4) = \sqrt{9+h} - 3$$

$$\cdot \frac{g(4+h) - g(4)}{h} = \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h}$$

$$= \frac{\sqrt{9+h} - 3}{h} \times \frac{\sqrt{9+h} + 3}{\sqrt{9+h} + 3}$$

$$= \frac{9+h - 3^2}{h(\sqrt{9+h} + 3)}$$

$$= \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{9+h} + 3)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{9+h} + 3}$$

$$\text{donc } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(4+h) - g(4)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{9+h} + 3}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{9} + 3} = \frac{1}{6} \text{ et } g'(4) = \frac{1}{6}$$

$$\text{donc } y = \frac{1}{6}(x-4) + 3$$

$$y = \frac{1}{6}x - \frac{4}{6} + 3$$

$$y = \frac{1}{6}x + \frac{7}{3}$$

c) $g'(4) = \frac{1}{6} > 0$, donc g est croissante au voisinage de 4.

$$\frac{25\pi}{4} = \frac{24\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

$$= 6\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$= 3 \times (2\pi) + \frac{\pi}{4}$$

nombre de tours perdus

- Tableau de signe

$$f(x) = 3x + 2$$

$$\hookrightarrow 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow 3x > -2$$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{2}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$\circ$	$+$

$$f(x) = -3x + 2$$

$$\hookrightarrow -3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -2$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
f	+	$\circ$	-

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 2 \times -6$$

$$= 16 + 48$$

$$= 64 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 8}{4} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 8}{4} = 3$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
f	<i>signe a</i> $+$	<i>signe -a</i> $-$	<i>signe a</i> $+$	

$$f(x) = (x+2)(x+5)$$

$$x+2 \geq 0 \quad (\Rightarrow) \quad x \geq -2$$

$$x+5 \geq 0 \quad (\Rightarrow) \quad x \geq -5$$

x	$-\infty$	-5	-2	$+\infty$
$x+2$	$-$	$-$	0	$+$
$x+5$	$-$	0	$+$	$+$
$(x+2)(x+5)$	$+$	0	$-$	$+$