

Evaluation

exercice 1:

- $u_0 = 2$
- $u_1 = u_{0+1} = 2u_0 + 3 \times 0 - 1$
 $= 2 \times 2 - 1 = 3$
- $u_2 = u_{1+1} = 2u_1 + 3 \times 1 - 1$
 $= 2 \times 3 + 3 - 1$
 $= 8$
- $u_3 = u_{2+1} = 2u_2 + 3 \times 2 - 1$
 $= 2 \times 8 + 6 - 1$
 $= 21.$

exercice 2:

$$1) \quad v_n = v_0 \times q^{n-0}$$

$$2) \quad v_4 = v_2 \times q^{4-2}.$$

$$27 = 3 \times q^2$$

$$\frac{27}{3} = q^2$$

$$9 = q^2$$

donc : $q = 3$ ou $q = -3$

or $q < 0$, donc $q = -3$

$$3) \quad v_2 = v_0 \times (-3)^{2-0}$$

$$3 = v_0 \times g$$

$$\frac{3}{g} = v_0$$

donc

$$v_0 = \frac{1}{3}.$$

exercice 3 :

a) $u_0 = 0,8^{2 \times 0} = 0,8^0 = 1$

$$u_1 = 0,8^{2 \times 1} = 0,8^2 = 0,64$$

$$u_2 = 0,8^{2 \times 2} = 0,8^4 = (0,8^2)^2 \\ = (0,64)^2$$

$$= 0,4096$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad u_n &= 0,8^{2n} \\
 &= (0,8^2)^n \\
 &= 0,64^n
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{array}{l} u_n = u_0 \times q^n \\ \hline \end{array} \right.$$

donc (u_n) est géométrique de raison 0,64 et de premier terme $u_0 = 1$.

$$\begin{aligned}
 \frac{u_{n+1}}{u_n} &= \frac{0,8^{2(n+1)}}{0,8^{2n}} \\
 &= \frac{0,8^{2n+2}}{0,8^{2n}} = 0,8^{\cancel{2n}+2-\cancel{2n}} = 0,8^2 = 0,64
 \end{aligned}$$

donc (u_n) est géométrique de raison $0,64$.

b) $w_0 = -1$

$$w_{n+1} + w_n = \frac{1}{4} w_n$$

$$w_{n+1} = \frac{1}{4} w_n - w_n = -\frac{3}{4} w_n$$

$$w_{n+1} = -\frac{3}{4} w_n$$

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

↳ donc (w_n) est géométrique de raison $-\frac{3}{4}$ et de premier terme $w_0 = -1$.

c) $v_0 = 3 \times 0 = 0$

$$v_1 = 3 \times 1 = 3$$

$$v_2 = 3 \times 2 = 6$$

$$v_3 = 3 \times 3 = 9$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$\nearrow \neq$

donc (v_n) n'est pas géométrique.

exercice 4:

$$1) S_1 = u_0 + \dots + u_{29}$$

$$= u_0 \times \frac{1 - q^{30}}{1 - q}$$

$$= 3 \times \frac{1 - 2^{30}}{1 - 2}$$

$$= 3 \quad 221 \quad 225 \quad 469.$$

$$2) \quad v_{n+1} = 0,5 v_n$$

(v_n) géométrique de
raison 0,5.

$$S_2 = v_5 + \dots + v_{30}$$

$$= v_5 \times \frac{1 - q^{30-5+1}}{1 - q}$$

$$= 2 \times \frac{1 - 0,5^{26}}{1 - 0,5}$$

$$= 4$$

$$S = v_p + \dots + v_n$$

$$= v_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$

$$3) S_3 = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 128$$

$\xrightarrow{\times 2} \xrightarrow{\times 2} \xrightarrow{\times 2}$
 $\xrightarrow{\times 2} + 256$

$$\bullet u_0 = 1$$

$$\bullet q = 2$$

$$\bullet 256 = u_8$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow S_3 &= u_0 + \dots + u_8 \\
 &= u_0 \times \frac{1 - q^9}{1 - q} \\
 &= 1 \times \frac{1 - 2^9}{1 - 2} \\
 &= 511.
 \end{aligned}$$