

Les Suites

• $f(x) = 3x + 2, x \in \mathbb{R}$

↳ $f(1) = 3 \times 1 + 2 = 5$

• $u_n = 3n + 2, n \in \mathbb{N}$

$u_1 = 3 \times 1 + 2 = 5$

n : le rang

u_n : le terme

/ f' antécédent

/ f' image

- $u_n = 3n + 2$

↳ formule générale explicite

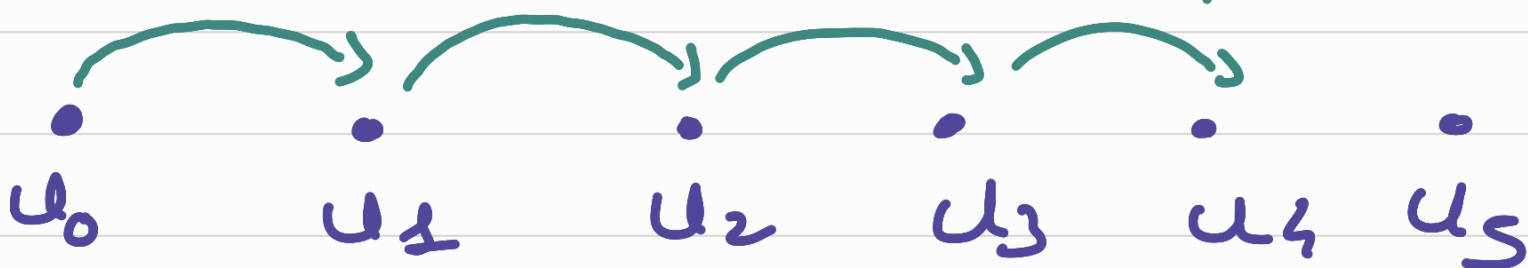
premier terme

- $u_0 = 2$

⇒ formule récurrente

$$u_{n+1} = 3u_n + 2$$

$$u_1 = 3u_0 + 2 \quad u_2 = 3u_1 + 2 \quad u_3 = 3u_2 + 2 \quad u_4 = 3u_3 + 2$$



25

Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \frac{n-2}{n+1}$.

Calculer les trois premiers termes.

$$u_0 = \frac{0-2}{0+1} = -2$$

$$u_1 = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{2-2}{2+1} = 0$$

32 (k_n) est la suite définie par $k_0 = 2$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $k_{n+1} = \frac{1}{1+k_n}$.
Calculer k_1, k_2, k_3 .

$$\bullet k_1 = \frac{1}{1+k_0} = \frac{1}{3}$$

$$\bullet k_2 = \frac{1}{1+k_1} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\bullet k_3 = \frac{1}{1+k_2} = \frac{1}{1+\frac{3}{4}} = \frac{4}{7}.$$

• Variations d'une suite :

$\rightarrow u_{n+1} \geq u_n$: croissante

$\rightarrow u_{n+1} \leq u_n$: décroissante

méthode :

① Calculer $u_{n+1} - u_n$

② Regarder le signe

$$u_{n+1} - u_n > 0$$



(u_n) croissante

$$u_{n+1} - u_n \leq 0$$



(u_n) décroissante.

méthode :

① Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

② Regarder par rapport à 1

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$$



(u_n) croissante

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$$



(u_n) décroissante

méthode : $u_n = 3n+2$, avec
 $3n+2 = f(n)$

on pose $f(x) = 3x+2$, $x \geq 0$
et on étudie les variations de
la fonction f .

Suites arithmétiques

- $u_{n+1} = u_n + r$
→ la raison

- $$\begin{cases} u_n = u_0 + n \times r \\ u_n = u_1 + (n-1) \times r \end{cases}$$

$$u_n = u_p + (n-p) \times r$$

- Si $r > 0$, alors (u_n) est croissante

- Si $r < 0$, alors (u_n) est décroissante.

- Si $r = 0$, alors (u_n) est constante.

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad S &= \overbrace{u_0 + \dots + u_n}^{n+1 \text{ termes}} \\
 &= (n+1) \times \left(\frac{u_0 + u_n}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad S &= u_1 + \dots + u_n \\
 &= n \times \left(\frac{u_1 + u_n}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad S &= u_p + \dots + u_n \\
 &= (n - p + 1) \times \left(\frac{u_p + u_n}{2} \right)
 \end{aligned}$$

Suite Géométrique

- $u_{n+1} = u_n \times q$
c, la raison

- $$\begin{cases} u_n = u_0 \times q^n \\ u_n = u_1 \times q^{n-1} \end{cases}$$

$$u_n = u_p \times q^{n-p}.$$

- Si $u_0 > 0$:

- * $q > 1$: (u_n) croissante.

- * $0 < q < 1$: (u_n) décroissante.

• Si $u_0 < 0$:

* $q > 1$: (u_n) décroissant

* $0 < q < 1$: (u_n) croissant.

• Si $q \leq 0$, la suite n'est pas monotone.

↳ ni croissante ni décroissante

• Si $q = 1$, la suite est constante.

$$\begin{aligned} S &= u_0 + \dots + u_n \\ &= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \end{aligned}$$

$$\bullet S = u_1 + \dots + u_n$$

$$= u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$S = u_p + \dots + u_n$$

$$= u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}.$$