

Variations Suite

exercice 15:

$$t_n = 1 - \frac{2}{n+3}, \forall n \in \mathbb{N}$$

a) $t_{n+1} - t_n$

$$= 1 - \frac{2}{(n+1)+3} - \left(1 - \frac{2}{n+3} \right)$$

$$= \cancel{1} - \frac{2}{n+4} - \cancel{1} + \frac{2}{n+3}$$

$$= -\frac{2}{n+4} + \frac{2}{n+3}$$

$$= \frac{-2(n+3) + 2(n+4)}{(n+4)(n+3)}$$

$$= \frac{-2n - 6 + 2n + 8}{(n+4)(n+3)}$$

$$= \frac{2}{(n+4)(n+3)}$$

$$b) \cdot t_{n+1} - t_n = \frac{2 > 0}{\underbrace{(n+4)}_{> 0} \underbrace{(n+3)}_{> 0}} > 0$$

donc (t_n) est croissante.

exercice 46:

$$\begin{cases} v_0 = -1 \\ v_{n+1} = v_n(1 - 2v_n) \end{cases}$$

$$\bullet v_{n+1} - v_n$$

$$= v_n(1 - 2v_n) - v_n$$

$$= v_n - 2v_n^2 - v_n$$

$$= \underbrace{-2}_{<0} \underbrace{v_n^2}_{>0}$$

$$< 0$$

donc (v_n) est décroissante.

exercice 17 :

$$\bullet t_{n+1} - t_n$$

$$= \frac{n+1}{2(n+1)+1} - \frac{n}{2n+1}$$

$$= \frac{n+1}{2n+3} - \frac{n}{2n+1}$$

$$= \frac{(2n+1)(n+1) - (2n+3)n}{(2n+3)(2n+1)}$$

$$= \frac{2n^2 + 2n + n + 1 - 2n^2 - 3n}{(2n+3)(2n+1)}$$

$$= \frac{1}{(2n+3)(2n+1)} > 0$$

donc la suite (t_n) est croissante.

exercice 18:

$$\begin{aligned} & \bullet u_{n+1} - u_n \\ &= 4 - ((n+1)+1)^2 - (4 - (n+1)^2) \\ &= 4 - (n+2)^2 - 4 + (n+1)^2 \\ &= 4 - (n^2 + 4n + 4) - 4 + (n^2 + 2n + 1) \\ &= \cancel{4} - \cancel{n^2} - 4n - \cancel{4} - 4 + \cancel{n^2} + 2n + 1 \\ &= -2n - 3 < 0 \end{aligned}$$

donc (u_n) est décroissante.

exercice 20 :

$$\bullet u_{n+1} - u_n$$

$$= u_n + n^2 - 10 - u_n$$

$$= n^2 - 10$$

$$\bullet n^2 - 10 \geq 0 \Leftrightarrow n^2 \geq 10$$

$$x^2 \leq a \Leftrightarrow -\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$$

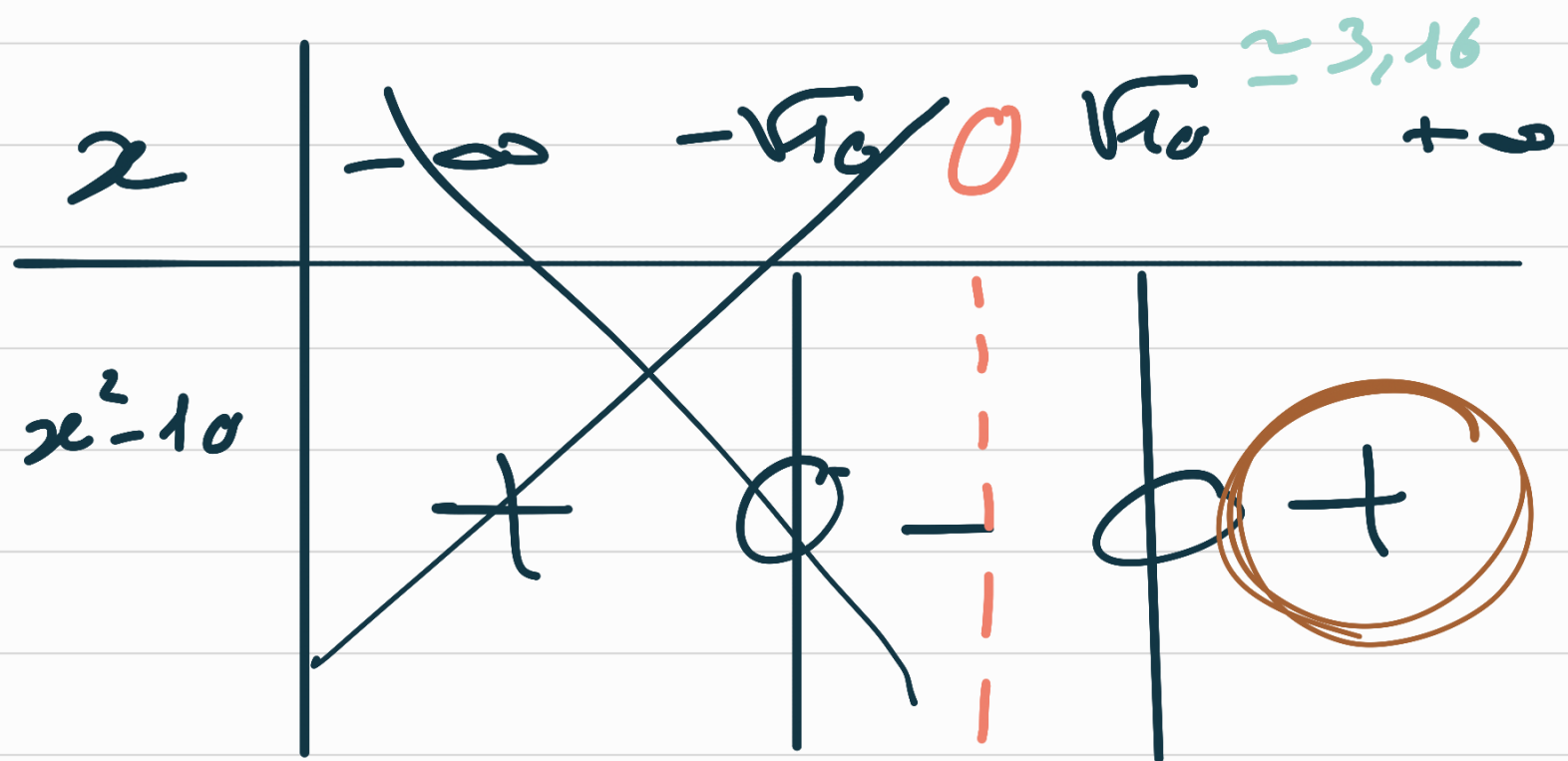
$$x^2 \geq a \Leftrightarrow x \geq \sqrt{a} \quad \underline{\text{ou}}$$

$$x \leq -\sqrt{a}$$

$$\Delta = 0 - 4 \times 1 \times -10 = 40 > 0$$

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{40}}{2} = -\sqrt{10}$$

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$$



donc (u_n) est croissante à partir du rang 4.