

Exercice 2 :

Partie A :

Tous les ans, au mois de septembre, Richard prélève 8,5 tonnes d'algues sur les plages de sa commune. Au 1er septembre 2018, il y avait 230 tonnes d'algues sur ces plages.

Tous les ans, entre le 1er octobre et le 1er septembre suivant, la quantité d'algues sur ces plages augmente de 4 %.

On note u_n la quantité en tonnes d'algues présente sur les plages au 1er septembre de l'année 2018+n. Ainsi, $u_0 = 230$.

1) Vérifier par le calcul que Richard disposera de 230,36 tonnes sur les plages au 1er septembre 2019. On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,04 u_n - 8,84$.

2) Soit (v_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 221$.

a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,04. Préciser son premier terme.

b) Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n .

c) En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 221 + 9 \times 1,04^n$.

3) La quantité d'algues présentes sur ces plages dépassera-t-elle un jour 250 tonnes ? Si oui, préciser au bout de combien d'années cette quantité sera atteinte.

Partie B :

Pour développer son entreprise, à partir du 1er septembre 2019, Richard a besoin de 10 % d'algues de plus que l'année précédente.

On rappelle qu'au 1er septembre 2018, il disposait de 230 tonnes d'algues et qu'il en avait consommé 8,5 tonnes en septembre 2018. Dans cette nouvelle situation, il disposera de 230,36 tonnes d'algues au 1er septembre 2019 et en utilisera 9,35 tonnes pendant ce mois.

Richard souhaite étudier la quantité d'algues sur les plages concernées pour les 16 prochaines années selon ce modèle.

Pour cela il rédige l'algorithme ci-contre.

```
def algues():  
    A=230  
    B=8,5  
    for k in range(16):  
        A=(A-B)*1,04  
        B=B*1,1
```

1) Que représentent les variables A et B de l'algorithme ?

2) Dans le tableau ci-dessous, on a obtenu différentes valeurs de A et B de l'algorithme. Compléter les lignes du tableau pour les valeurs de $K = 1$ et $K = 2$. Arrondir les résultats au centième.

$$2) \quad c) \quad v_n = u_n - 221$$

$$\Leftrightarrow u_n = v_n + 221$$

$$u_n = 9 \times (1,04)^n + 221$$

Partie D :

1) A $\rightarrow$ la quantité d'algues
au 1^{er} septembre 2018

B $\rightarrow$ la quantité d'algues
prélévée en septembre 2018.

K	A	B
	230	8,5
1	230,36	9,33
2	229,85	10,285
3	228,35	11,31
4	225,72	12,44
5	221,80	13,69
6	216,44	15,06
7	209,43	16,56
8	200,58	18,22
9	189,66	20,04
10	176,40	22,05
11	160,53	24,25
12	141,73	26,68
13	119,65	29,34
14	93,92	32,28
15	64,11	35,51
16	29,75	39,06

3) Que peut conclure Richard pour 2034 ?

2018 + 16

3) En 2034, Richard n'aura
plus assez d'algues disponibles

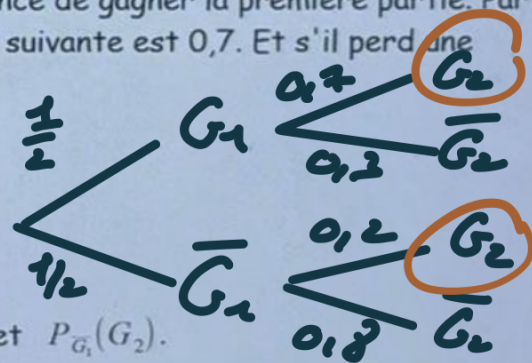
Exercice 7 :

Pierre et Claude jouent au tennis. Les deux joueurs ont la même chance de gagner la première partie. Par la suite, lorsque Pierre gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la suivante est 0,7. Et s'il perd une partie, la probabilité qu'il perde la suivante est 0,8.

Dans tout l'exercice, n est un entier naturel non nul.

On considère l'événement G_n : « Pierre gagne la n -ième partie ».

On pose $p_n = P(G_n)$.



1) a) Déterminer p_1 , puis les probabilités conditionnelles $P_{G_1}(G_2)$ et $P_{\bar{G}_1}(G_2)$.

b) Démontrer que $p_2 = 0,45$.

c) Sachant que Pierre a gagné la deuxième partie, calculer la probabilité qu'il ait gagné la première.

d) Démontrer que pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = 0,5 p_n + 0,2$.

2) On pose, pour tout entier naturel n non nul, $v_n = p_n - \frac{2}{5}$.

a) Prouver que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme v_1 et la raison.

b) Exprimer v_n en fonction de n .

c) En déduire l'expression de p_n en fonction de n .

$$1) a) p_1 = P(G_1) = \frac{1}{2}$$

$$P_{G_1}(G_2) = 0,7$$

$$P_{\bar{G}_1}(G_2) = 0,2$$

3) D'après la formule des probabilités totales.

$$P_2 = P(G_2)$$

$$= P(G_1 \cap G_2) + P(\bar{G}_1 \cap G_2)$$

$$= P(G_1) \times P_{G_1}(G_2) + P(\bar{G}_1) \times P_{\bar{G}_1}(G_2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0,7 + \frac{1}{2} \times 0,2$$

$$= 0,45.$$

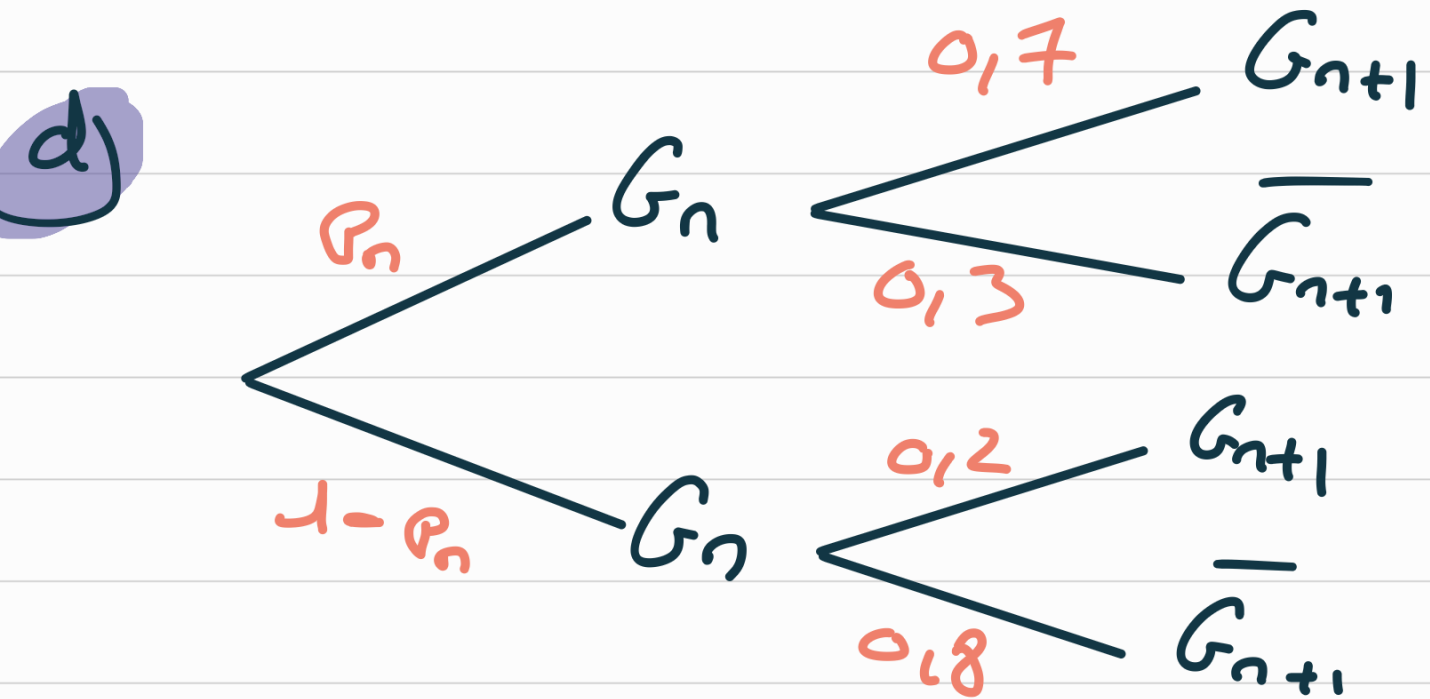
donc $P_2 = 0,45.$

$$c) P_{G_2}(G_1) = \frac{P(G_1 \cap G_2)}{P(G_2)}$$

$$= 0,3 \times 0,7 / 0,45.$$

$$\approx 0,78.$$

donc la probabilité ...



D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P_{n+1} &= P(G_{n+1}) \\
 &= P(G_n \cap G_{n+1}) + P(\overline{G_n} \cap G_{n+1}) \\
 &= P_n \times 0,7 + (1 - P_n) \times 0,2
 \end{aligned}$$

$$= 0,7P_n + 0,2 - 0,2P_n$$

$$= 0,5P_n + 0,2$$

$$\begin{cases} P_{n+1} = 0,5P_n + 0,2 \\ P_1 = 0,5 \end{cases}$$

2) a)
$$\begin{aligned} v_{n+1} &= P_{n+1} - \frac{2}{5} \\ &= 0,5P_n + 0,2 - \frac{2}{5} \\ &= 0,5P_n - 0,2 \\ &= 0,5\left(P_n - \frac{0,2}{0,5}\right) \end{aligned}$$

$$= 0,5 (p_n - 0,4)$$

$$= 0,5 \left(\underbrace{p_n - \frac{2}{5}}_{v_n} \right)$$

$$= 0,5 v_n.$$

donc (v_n) est géométrique de raison $0,5$ et de premier terme $v_1 = p_1 - \frac{2}{5} = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$.

$$b) \quad v_n = v_1 \times 0,5^{n-1} = \frac{1}{10} \times 0,5^{n-1}$$

$$c) \quad v_n = p_n - \frac{2}{5} \Leftrightarrow p_n = v_n + \frac{2}{5} = \frac{1}{10} \times 0,5^{n-1} + \frac{2}{5}.$$

• compléter un arbre ①

$$\bullet P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \textcircled{3}$$

• formule des probas. totales.



$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) \end{aligned}$$

• et $\hookrightarrow \cap$ ou $\hookrightarrow \cup$

$$\bullet P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$