

Géométrie

• Les vecteurs

① $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$
↪ $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

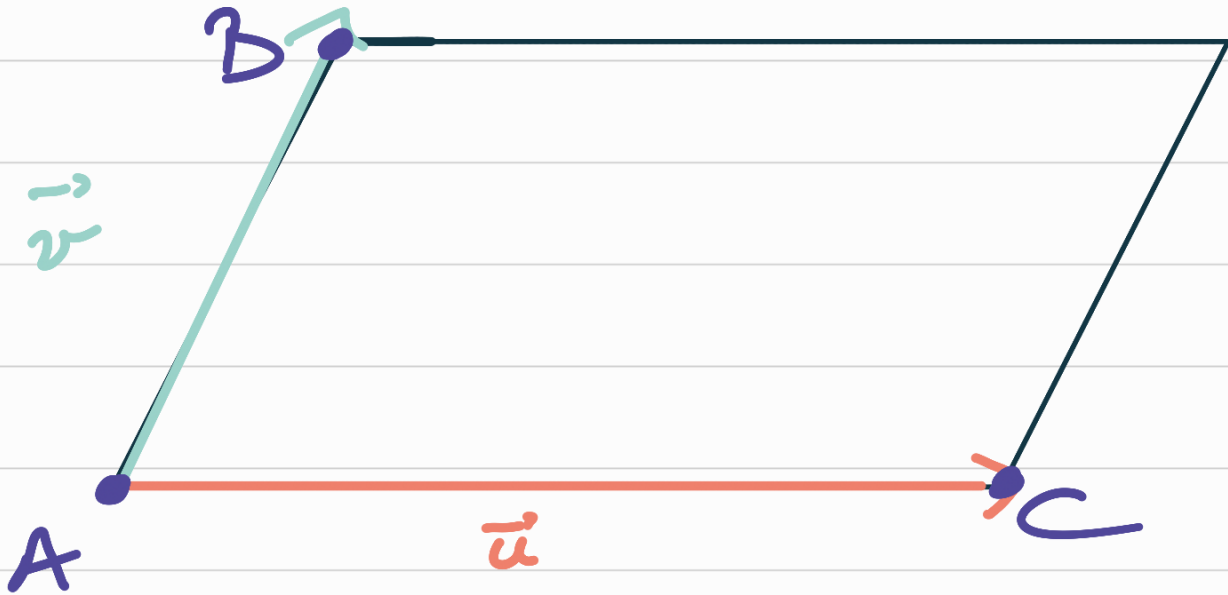
② $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

③ $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = x_{\vec{AB}} \times x_{\vec{AC}} + y_{\vec{AB}} \times y_{\vec{AC}} + z_{\vec{AB}} \times z_{\vec{AC}}$

④ I milieu de $[AB]$

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right).$$

• Les plans



un plan est dirigé par deux vecteurs non colinéaires.

ou

un plan est défini par trois points non alignés.

méthode : pour montrer que

A, B, C définissent un plan,
il faut montrer que les vecteurs
 $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires.

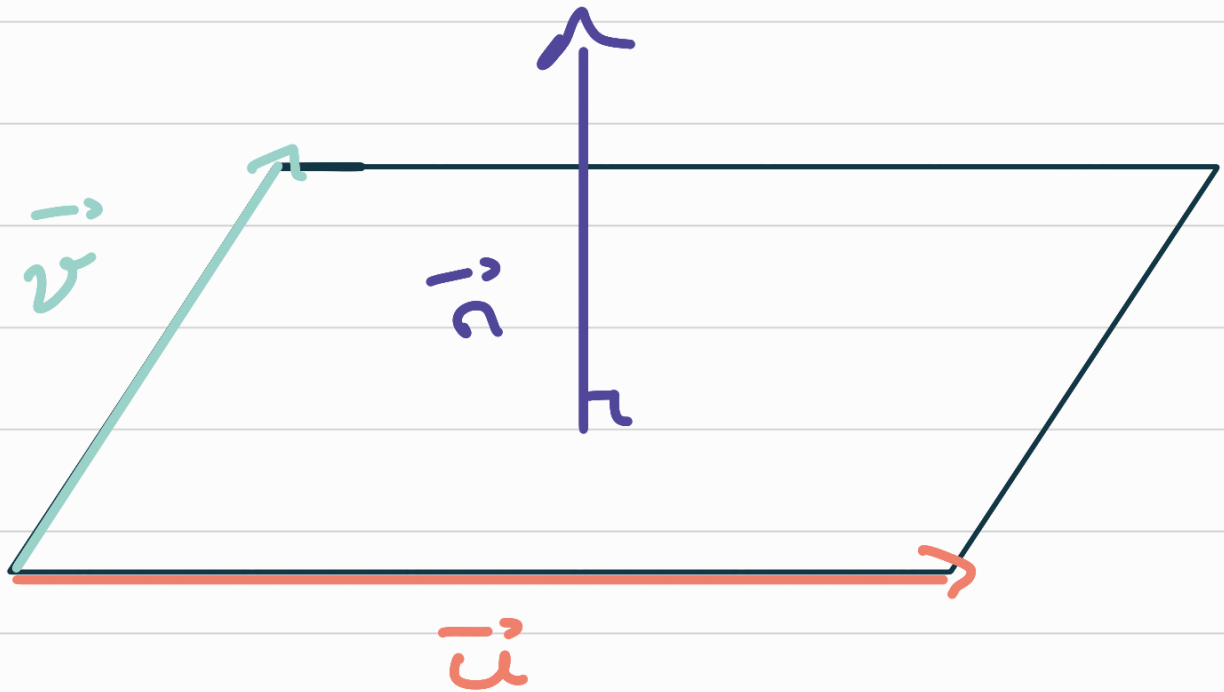
méthode : montrer qu'un point
 M appartient à (ABC) .

$$\vec{AM} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$$

Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont
coplanaires si $\vec{u} = \alpha \vec{v} + \beta \vec{w}$.

un vecteur $\vec{n}$ est normal
au plan s'il est orthogonal

$\vec{u}$ deux vecteurs non colinéaires
du plan.



$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

méthode: Montrer qu'un vecteur $\vec{n}$
est normal à (ABC) .

- $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$

- $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$

Une Équation cartésienne
d'un plan de vecteur
normal $\vec{n}(a; b; c)$:

$$(\mathcal{P}) : ax + by + cz + d = 0$$

méthode : Trouver une équation
cartésienne d'un plan.

• $\vec{n}(1, 2, 3)$ normal à $(\mathcal{P})$.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y + 3z + d = 0 \end{array} \right.$$

• $A(2; 0; 3) \in (\mathcal{P})$

$$2 + 2 \times 0 + 3 \times 3 + d = 0$$

$$11 + d = 0 \Rightarrow d = -11$$

donc

$$x + 2y + 3z - 11 = 0$$

méthode : Montrer qu'un point

$$M \in (\mathcal{P}) : ax + by + cz + d = 0.$$

L, on remplace les coordonnées de M dans l'équation cartésienne et on regarde si cela fait 0.

• Relation de Chasles :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

méthode : $\vec{u}(1; 2; 3)$

$\vec{v}(2; 4; 6)$.

montrer que deux vecteurs sont colinéaires.

$$\bullet \frac{1}{2} \quad \bullet \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \bullet \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

• deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si les vecteurs directeurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

- A, B, C sont alignés si les vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ sont colinéaires.

• Positions relatives

① Droites et droites

→ deux droites parallèles

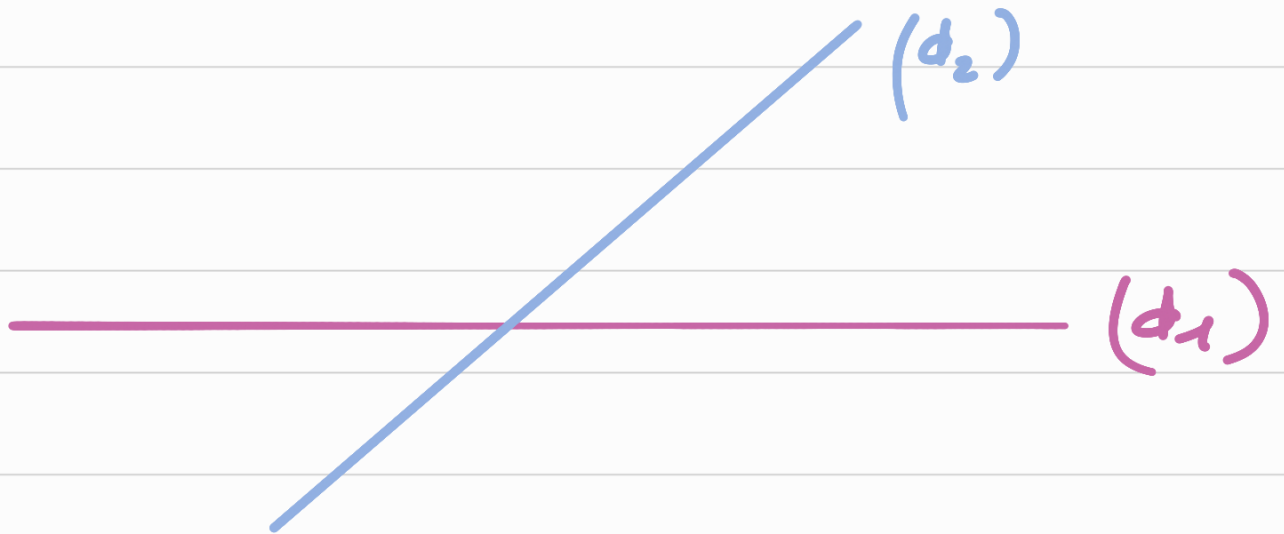
_____ (d_1)

_____ (d_2)

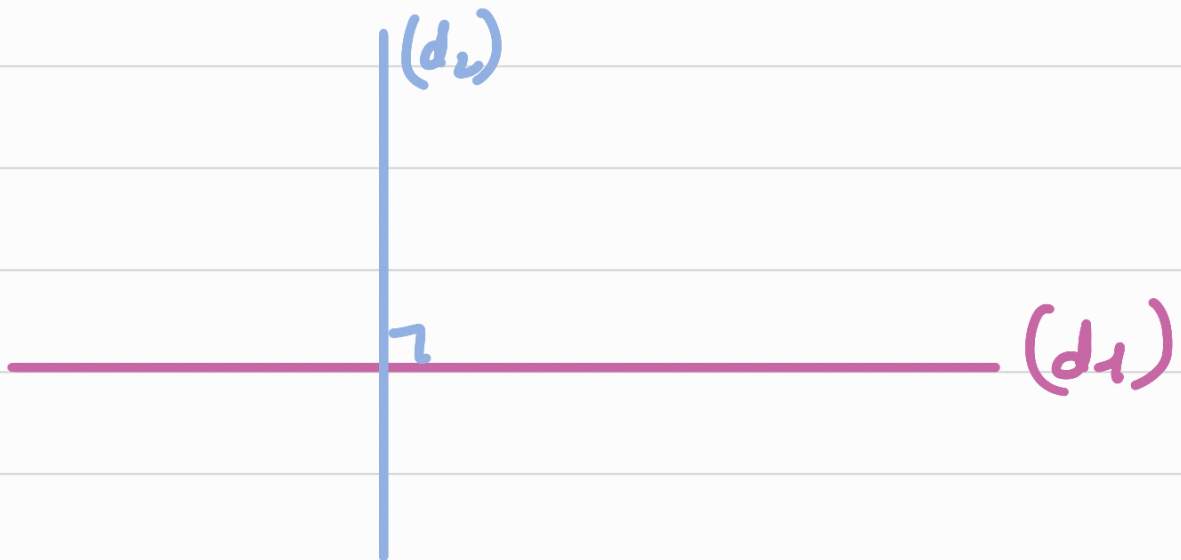
→ deux droites confondues

_____ $(d_2) = (d_1)$

→ droites sécantes



→ droites perpendiculaires



droites coplanaires = parallèles
ou sécantes

→ droites non coplanaires
↳ ni parallèles ni sécantes.

②. Droites et plans



→ droite parallèle au plan.

méthode: $\vec{u}$ vecteur directeur de (d) et $(\vec{v}, \vec{w})$ couple de vecteur directeur de (P) .

Montrer que (d) est parallèle à (P) :

$$\vec{u} = \alpha \vec{v} + \beta \vec{w}.$$

→ droite incluse dans le plan



→ droite et plan sécants

