

Suites

$$f(x) = 3x + 1$$

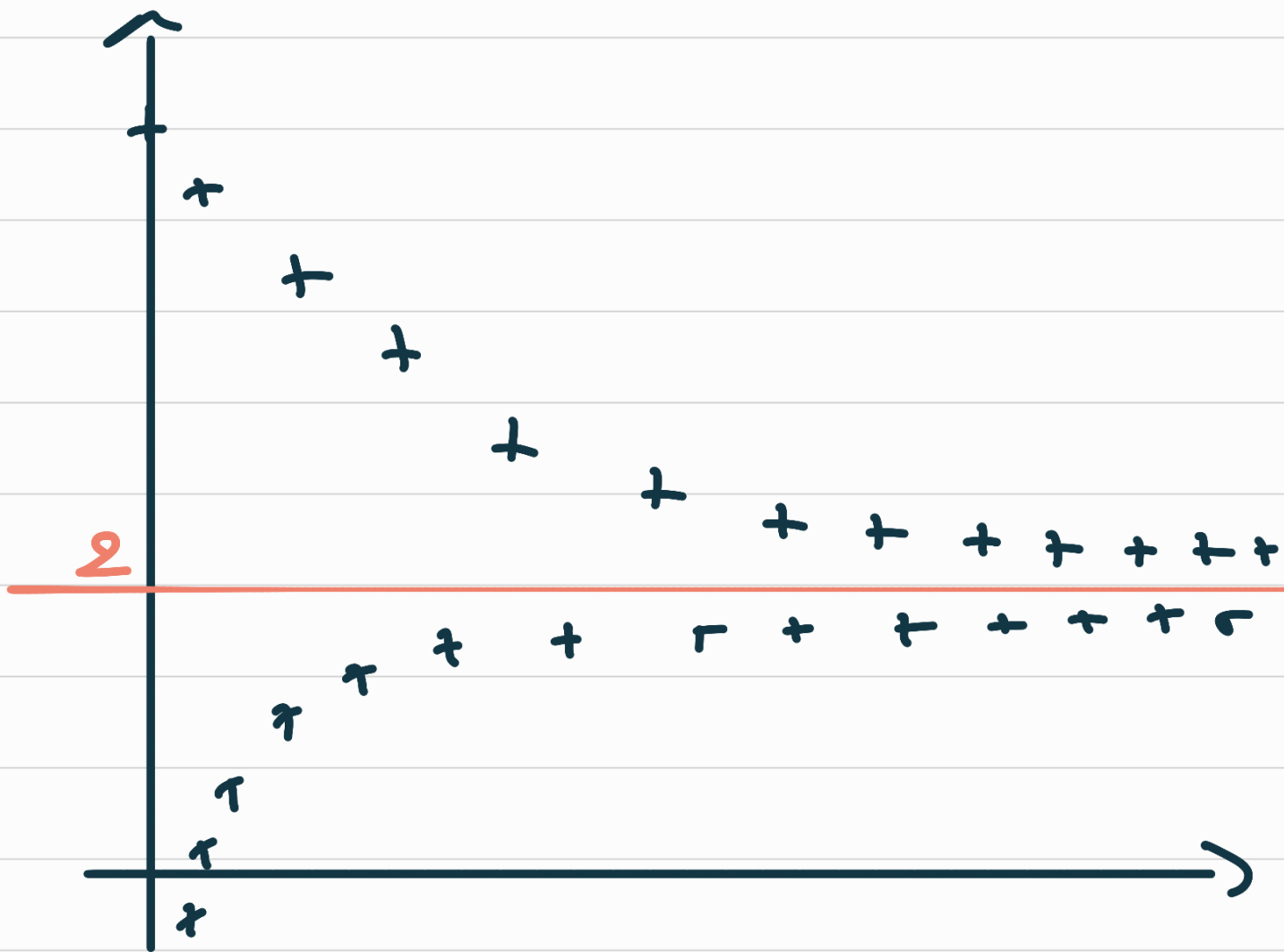
$$\hookrightarrow f(1) = 3 \times 1 + 1 = 4$$

$$u_n = 3n + 1$$

$$\hookrightarrow u_1 = 3 \times 1 + 1 = 4$$

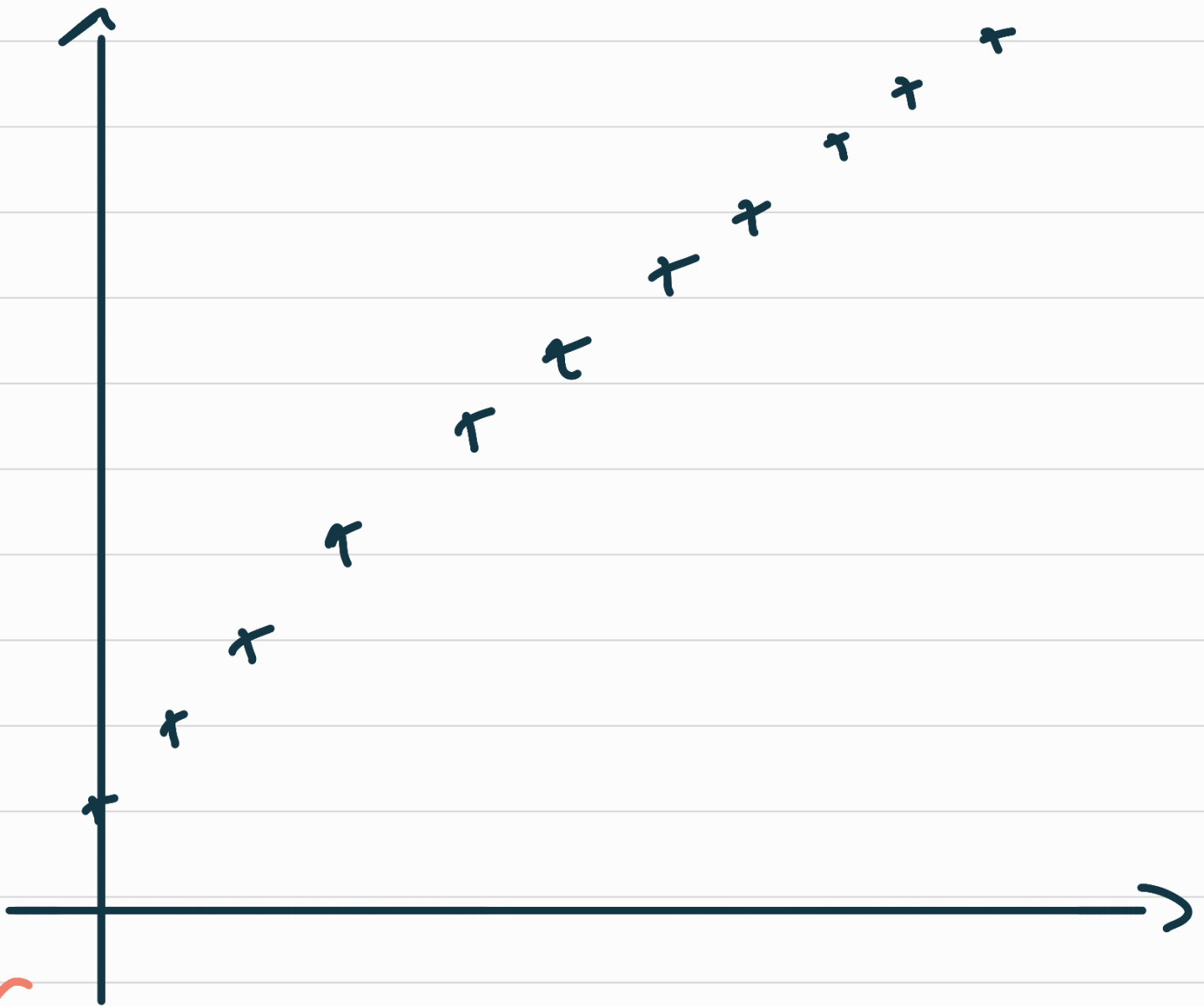
u_n : terme / image

n : rang / antécédent.



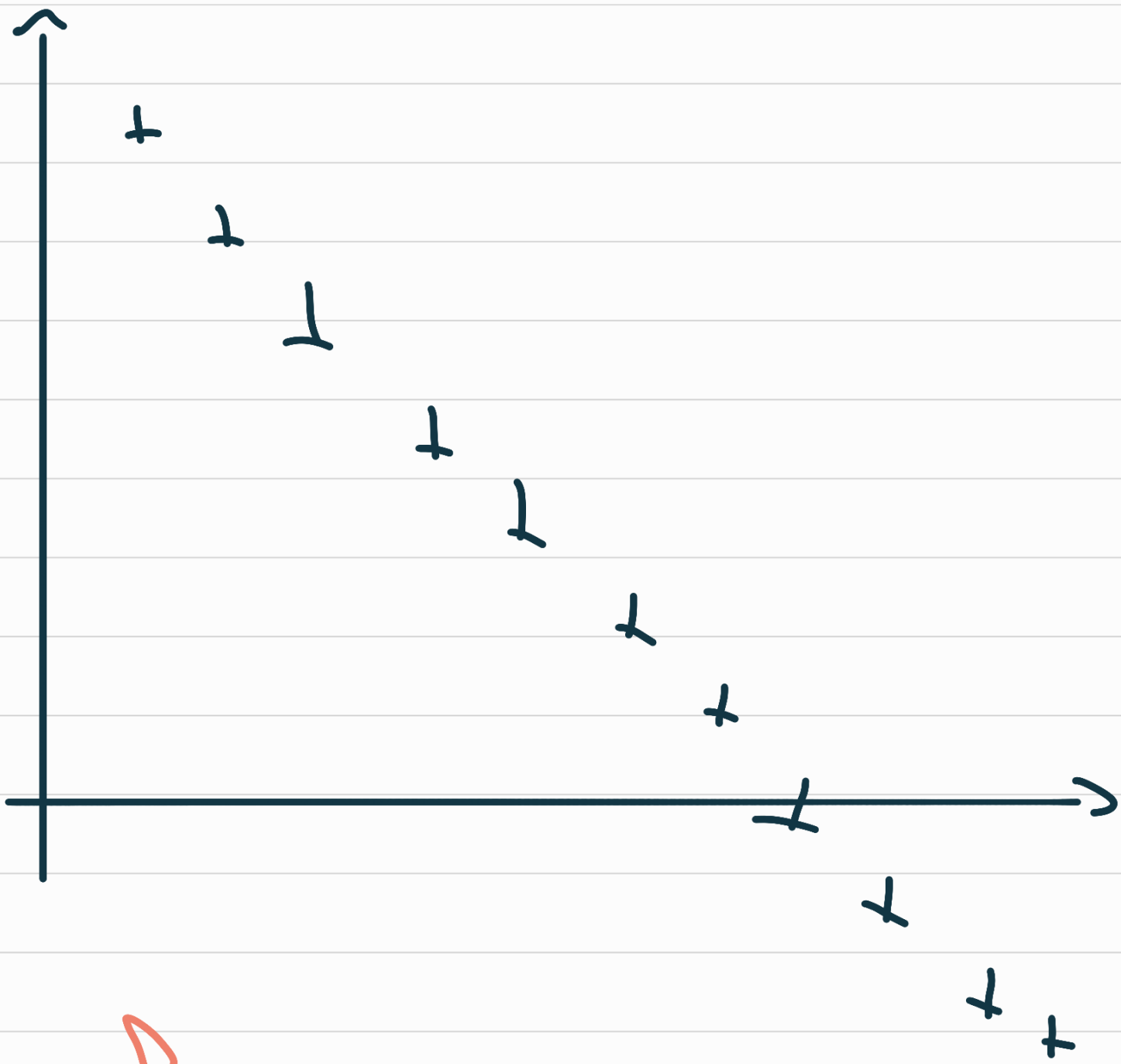
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$$

on dit que la suite converge.



↳ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

on dit que la suite
diverge vers $+\infty$.



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$$

on dit que la suite
diverge vers $-\infty$.

• Limites usuelles:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

$$\frac{1}{\pm \infty} = 0$$

$$\frac{1}{0} = \pm \infty$$

• Somme :

Dim un n-1	$+\infty$	$-\infty$	L	L	L
Dim un n-1 ψ_n	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	L'
Dim un n-1 ψ_n	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$L + L'$



$+\infty - \infty$

F.I

• Produit :

Dim un n-ter	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$L > 0$ $L < 0$
Dim un n-ter	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
Dim un n-ter	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$ $-\infty$

$L > 0$ $L < 0$	L
$-\infty$	L'
$-\infty$ $+\infty$	$L \times L'$



$\bigcirc \times \pm \infty$

F.I

• Quotient :

lim $\frac{u_n}{v_n}$ $n \rightarrow +\infty$	L	$L \neq 0$ $\rightarrow L > 0$ $\rightarrow L < 0$	L	$+\infty$	$-\infty$
lim $\frac{u_n}{v_n}$ $n \rightarrow +\infty$	$L' \neq 0$	0	∞	L $\rightarrow L > 0$ $\rightarrow L < 0$	L $\rightarrow L > 0$ $\rightarrow L < 0$
lim $\frac{u_n}{v_n}$ $n \rightarrow +\infty$	$\frac{L}{L'}$	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	$\pm \infty$



$$\frac{0}{0}$$

et

$$\frac{\pm \infty}{\pm \infty}$$

F.I

① 1. Déterminer la limite de la suite (u_n) dans chacun des cas suivants (pas de forme indéterminée) :

a. $u_n = 3n - \frac{2}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

b. $u_n = 1 - 3n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

c. $u_n = \frac{1}{1+n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

d. $u_n = -10 + n - \frac{3}{\sqrt{n}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

e. $u_n = \frac{-2}{n^2 + n + 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) $u_n = 3n - \frac{2}{n}$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{2}{n} = 0 \end{array} \right\}$$

donc par somme : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

b) $u_n = 1 - 3n^2$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -3n^2 = -\infty$$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

c) $u_n = \frac{1}{1+n}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 1+n = +\infty$$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+n} = 0$

$\searrow$
 $\frac{1}{+\infty}$

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

d) $u_n = -10 + n - \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -10 + n = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$$

donc par somme $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

e) $u_n = \frac{-2}{n^2 + n + 3}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 + n + 3 = +\infty$$

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2 + n + 3} = 0$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

3. Déterminer la limite de la suite (u_n) dans chacune des cas suivants (avec ou sans forme indéterminée) :

a. $u_n = \frac{1}{1 + \sqrt{n}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. ✓

b. $u_n = \frac{-2n^2 + 3}{5 - n}$ pour tout entier $n \geq 6$.

c. $u_n = 3n^2 - 1 - \frac{1}{\sqrt{n}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. ✓

d. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

e. $u_n = \frac{1}{n^2 - 1}$ pour tout entier $n \geq 2$. ✓

f. $u_n = -9n - \frac{4}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

g. $u_n = \frac{2n^2 - 1}{4n^2 + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

h. $u_n = 1 - \sqrt{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

i. $u_n = n + \frac{n+1}{n^2 - 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

j. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) $u_n = \frac{1}{1 + \sqrt{n}}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 + \sqrt{n} = +\infty$$

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \sqrt{n}} = 0$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

c) $u_n = 3n^2 - 1 - \frac{1}{\sqrt{n}}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 - 1 = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

donc par somme $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

e) $u_n = \frac{1}{n^2 - 1}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 - 1 = +\infty$$

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2 - 1} = 0$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.