

# Dérivation

- $f$  est dérivable en un point  $a$  si

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0}} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ existe et finit}$$

↳ remplace  $h$  par 0

exemple :  $f(x) = 3x - 2$

Montrer que  $f$  est dérivable en 2.

- $f(2) = 3 \times 2 - 2 = 4$
- $f(2+h) = 3(2+h) - 2 = 6 + 3h - 2 = 3h + 4$

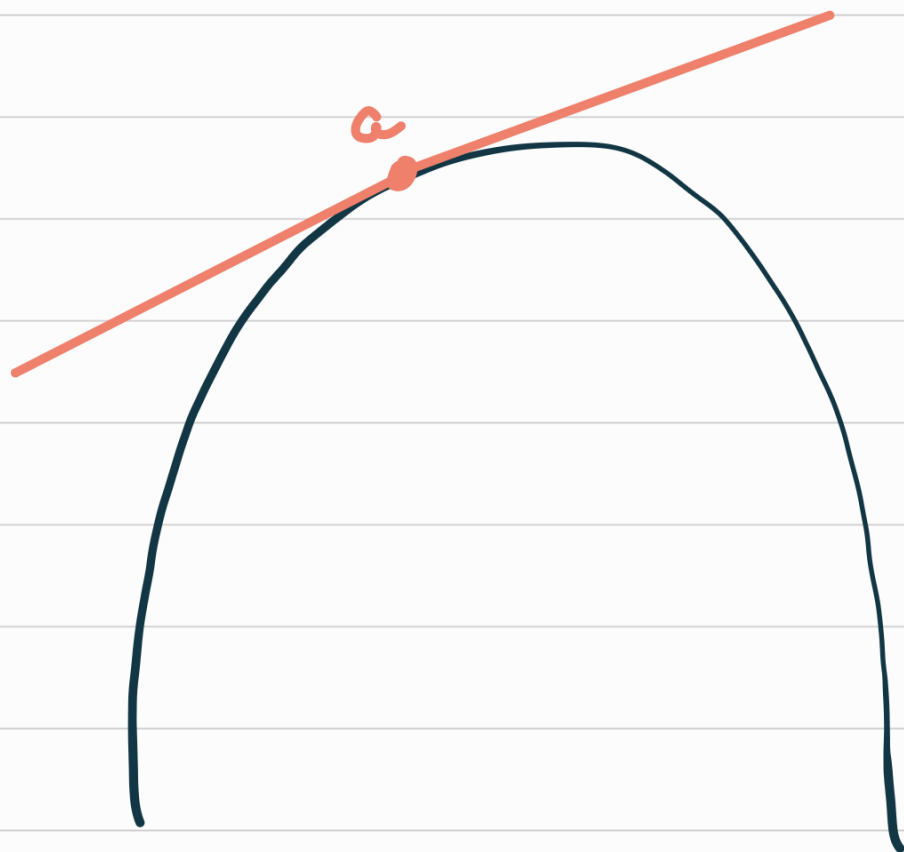
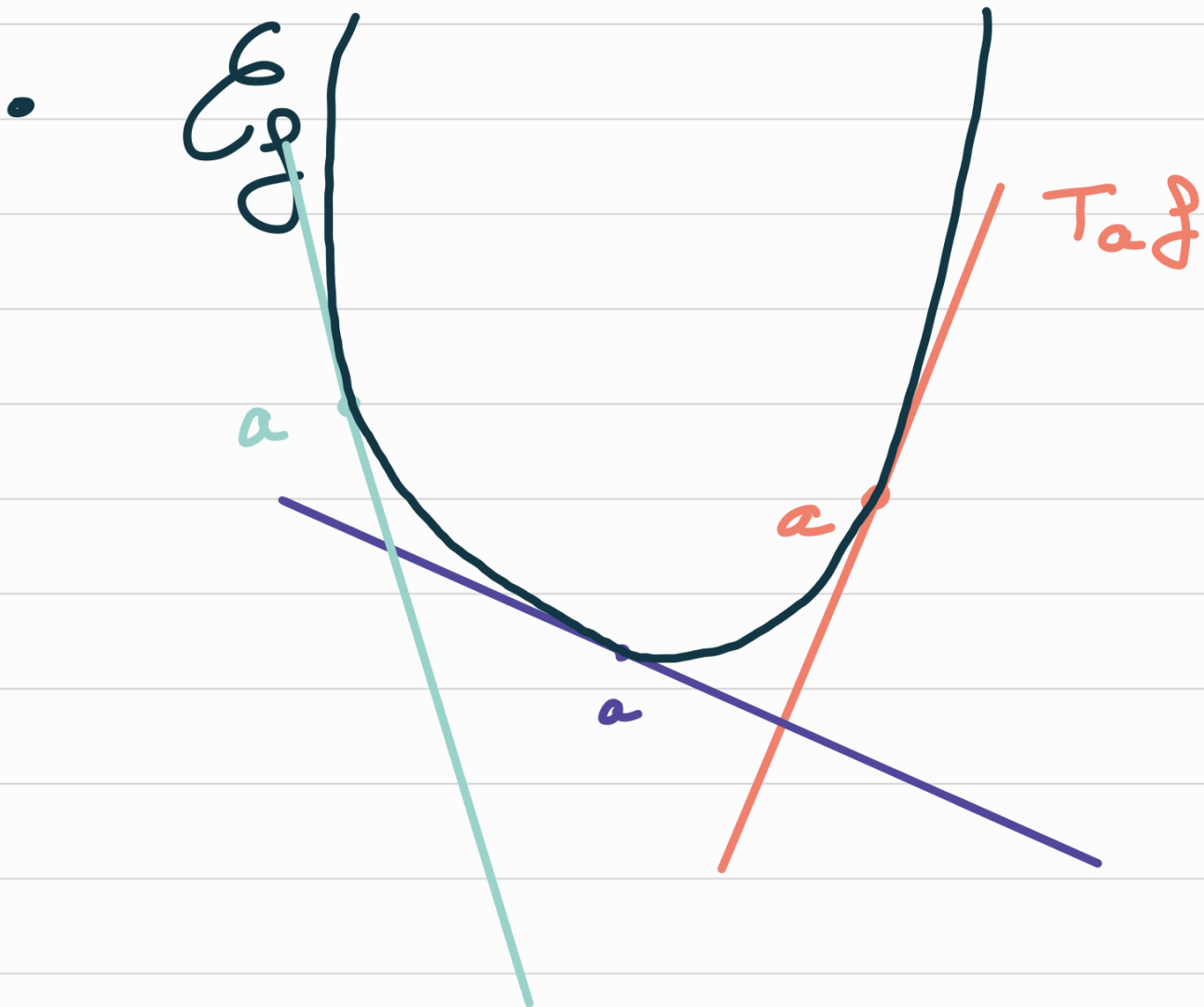
$$\bullet f(2+h) - f(2) = 3h + \cancel{4} - \cancel{4} \\ = 3h$$

$$\bullet \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{\cancel{3h}}{\cancel{h}} = 3$$

$$\text{donc } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3$$

donc  $f$  est dérivable en 2 et le nombre dérivée vaut  $f'(2) = 3$ .

le nombre dérivée de  $f$  en  $a$  est  $f'(a)$ .



•  $T_a f : y = \underbrace{f'(a)}_{\substack{\text{coefficient} \\ \text{directeur}}} (x - a) + f(a)$

---

---

exercice :

$$f(x) = 3x^2 - x + 1.$$

montrer que la fonction  $f$  est dérivable en  $a = 1$ , et donner son nombre dérivé.

---

•  $f(1) = 3 \times 1^2 - 1 + 1 = 3$

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ]♥
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

- $f(1+h) = 3 \times (1+h)^2 - (1+h) + 1$   
 $= 3 \times (1^2 + 2 \times 1 \times h + h^2) - 1 - h + 1$   
 $= 3(1 + 2h + h^2) - 1 - h + 1$   
 $= 3 + 6h + 3h^2 - 1 - h + 1$   
 $= 3h^2 + 5h + 3$

$$\bullet \quad f(1+h) - f(1) = 3h^2 + 5h + \cancel{3} - \cancel{3} \\ = 3h^2 + 5h$$

$$\bullet \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{3h^2 + 5h}{h}$$

$$= \frac{3h^2}{h} + \frac{5h}{h}$$

$$= 3h + 5$$

$$\bullet \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 3h + 5$$

$$= 3 \times 0 + 5 = 5$$

donc  $f$  est dérivable en  $a=1$  et son nombre dérivé vaut  $f'(1) = 5$ .

### exercice :

$$f(x) = x^2 - 5x + 3$$

1) montrer que la fonction  $f$  est dérivable en  $a=2$ , et donner son nombre dérivé.

---

$$\begin{aligned} \bullet f(2) &= 2^2 - 5 \times 2 + 3 \\ &= 4 - 10 + 3 \\ &= 4 - 7 \\ &= -3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cdot f(2+h) &= (2+h)^2 - 5(2+h) + 3 \\
 &= (2^2 + 2 \times 2 \times h + h^2) - 10 - 5h + 3 \\
 &= 4 + 4h + h^2 - 10 - 5h + 3 \\
 &= h^2 - h - 3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cdot f(2+h) - f(2) &= h^2 - h - \cancel{3} - \cancel{(-3)} \\
 &= h^2 - h
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cdot \frac{f(2+h) - f(2)}{h} &= \frac{h^2 - h}{h} \\
 &= \frac{\cancel{h^2}}{\cancel{h}} - \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}}
 \end{aligned}$$

$$\cdot \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = h - 1$$

$$\cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} h - 1$$

$$= 0 - 1 = -1$$

donc  $f$  est dérivable en  
 $a = 2$  et son nombre dérivée  
 vaut  $f'(2) = -1$ .

2) Donner l'équation de la tangente à la courbe de  $f$  en  $a = 2$ .

---

$$\begin{aligned} y &= f'(2)(x-2) + f(2) \\ &= -1 \times (x-2) + (-3) \\ &= -x + 2 - 3 \\ &= -x - 1. \end{aligned}$$

donc l'équation de la tangente au point  $a = 2$  est :

$$y = -x - 1$$