Dérivation

exercice :

$$f(x) = x^2 - 5x + 3.$$

Montrer que f est dérivable en $a = 2$, et donner la valeur de son nombre dérivée.

$$f(2+h) = (2+h)^2 - 5(2+h) + 3$$

$$= 4 + 4h + h^2 - 10 - 5h + 3$$

$$= h^2 - h \boxed{-3}$$

$$f(2) = \boxed{-3}$$

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

$$= \frac{h^2 - h - \cancel{3} - (\cancel{-3})}{h}$$

$$= \frac{h^2 - h}{h}$$

$$= \frac{h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}} - \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$= h - 1$$

donc $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = -1$

Donc f est dérivable en $a=2$
et son nombre dérivée $f'(2) = -1$.

$$\bullet \quad y = \underbrace{f'(2)}_{-1}(x-2) + \underbrace{f(2)}_{-3}$$

$$y = -1 \times (x-2) - 3$$

$$y = -x + 2 - 3$$

$$\boxed{y = -x - 1}$$

Formules

Fonctions	Dérivées
ax $\mathbb{R}$ $ax+b$	a $\mathbb{R}$ a
x^2 $\mathbb{R}$	$2x$ $\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$ x^2 $x^n, n \geq 1$	$2\,x^{2-1} = 2x$ $n\,x^{n-1}$ $\mathbb{R}$
⚠ $\sqrt{x}$ $[0;+\infty[$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $]0;+\infty[$
$\dfrac{1}{x}$ $\mathbb{R}\setminus\{0\}$	$-\dfrac{1}{x^2}$ $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

exercice :

$$f(x) = x^2 - 5x + 3$$

$\hookrightarrow f'(x) = 2x - 5$) fonction dérivée

$$\Rightarrow f'(2) = 2 \times 2 - 5 = 4 - 5 = -1$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$(ku)' = k \times u'$, k nombre

$\hookrightarrow (3x^2)' = 3 \times 2x = 6x$

$$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$$

---

exercice :

- $f(x) = 3x^2 + 4\sqrt{x}$

$$f'(x) = 3 \times 2x + 4 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= 6x + \frac{4}{2\sqrt{x}}.$$

$$= 6x + \frac{2}{\sqrt{x}}.$$

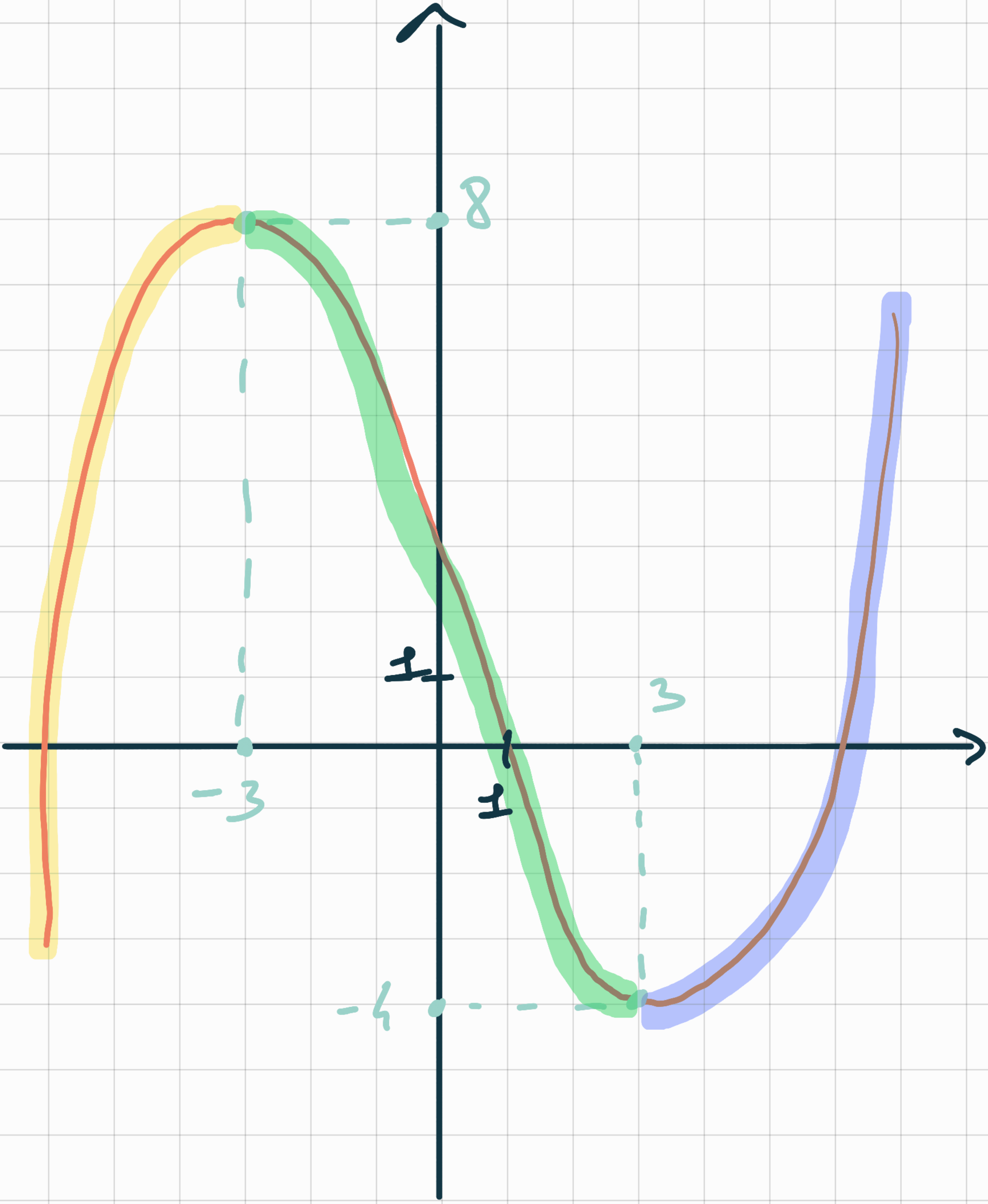
• $f(x) = 5x^3 - 3x^2$

$\hookrightarrow f'(x) = 5 \times 3x^2 - 3 \times 2x$

$= 15x^2 - 6x$

---

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
f		$\nearrow$ croissante	8	$\searrow$ décroissante	-4	$\nearrow$ croissante	



8
1
3
-3
1
-4

$$\bullet\ f(x) = \underbrace{(3x^2+4x)}_{u}\overbrace{(5x-1)}^{v}$$

$$u(x) = 3x^2+4x \longrightarrow u'(x) = 6x+4$$

$$v(x) = 5x-1 \longrightarrow v'(x) = 5$$

$$f'(x) = \overbrace{(6x+4)}^{u'}\overbrace{(5x-1)}^{v} + \overbrace{(3x^2+4x)}^{u} \times \underbrace{5}_{v'}$$

$$= 30x^2 - 6x + 20x - 4 + 15x^2 + 20x$$

$$= 45x^2 + 34x - 4$$