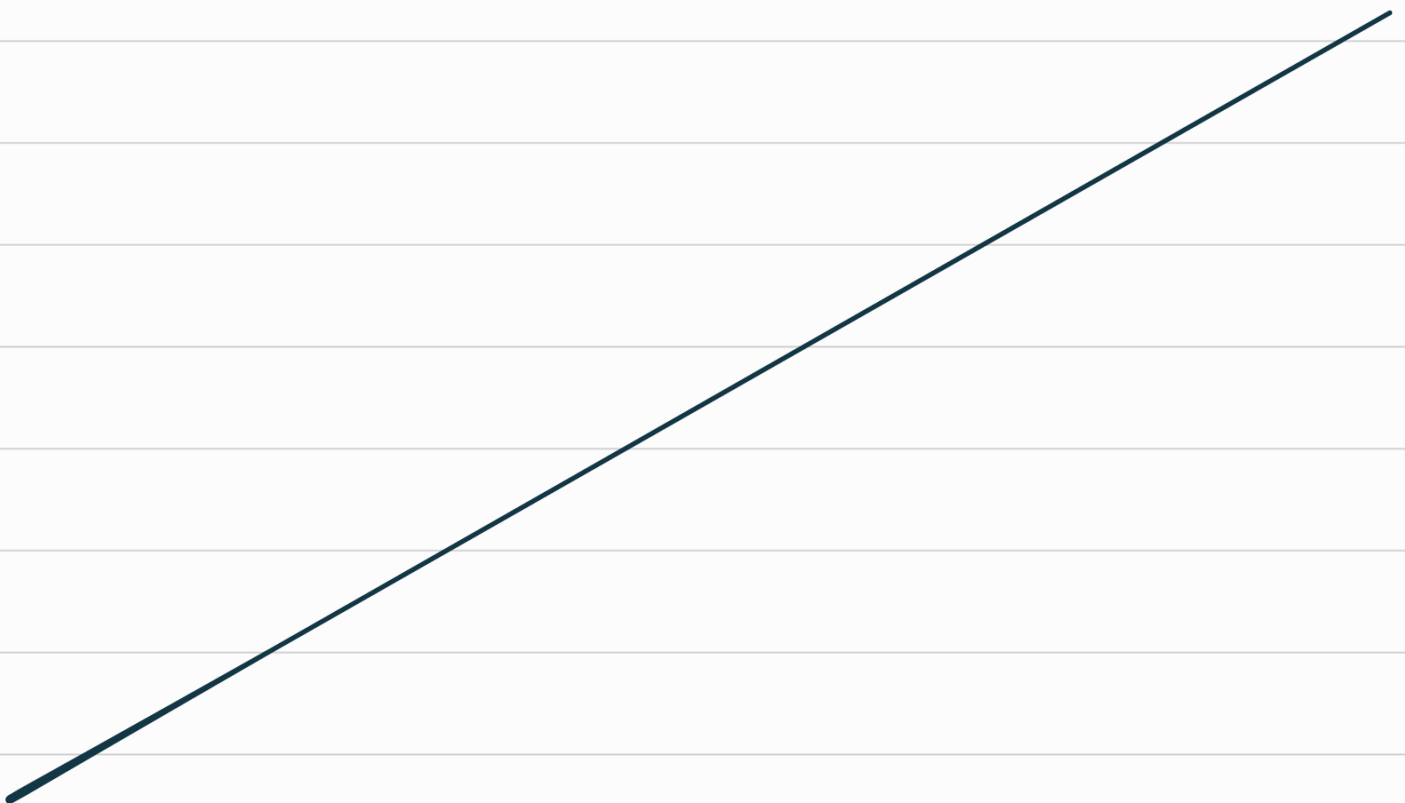


$$\begin{aligned} 5) & 20 \ln(2 + \sqrt{3}) + 20 \ln(2 - \sqrt{3}) \\ &= 20 \ln \left(\overset{a+b}{(2+\sqrt{3})} \overset{a-b}{(2-\sqrt{3})} \right) \\ &= 20 \ln(2^2 - (\sqrt{3})^2) \\ &= 20 \ln(1) \\ &= 0 \end{aligned}$$



Suites

Partie A :

1) Comme (u_n) est géométrique de raison $0,93$

$$u_1 = u_0 \times q = 6 \times 0,93 = 5,58$$

donc la population au 1^{er} janvier 2026 est de 5580.

2) Comme (u_n) est géométrique de raison $0,93$ et de premier terme 6 , alors :

$$\text{pour tout } n \in \mathbb{N}, u_n = 6 \times 0,93^n$$

3) $u_n = 6 \times 0,93^n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = \begin{cases} +\infty & q > 1 \\ 1 & q = 1 \\ 0 & -1 < q < 1 \\ \text{no limit} & q \leq -1 \end{cases}$$

or $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,93^n = 0$, car
 $-1 < 0,93 < 1$.

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$, cela

signifie que pour un temps très grand la population va s'éteindre.

Partie D:

$$\begin{aligned} 1) \quad v_1 &= -0,05 v_0^2 + 1,1 v_0 \\ &= -0,05 \times 6^2 + 1,1 \times 6 \\ &= 4,8 \end{aligned}$$

donc la population au 1^{er} janvier 2026 est de 4800.

$$2) \quad f'(x) = -0,1x + 1,1$$

$$f'(x) > 0 \quad \Leftrightarrow -0,1x + 1,1 > 0$$

$$\Leftrightarrow -0,1x > -1,1$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{-1,1}{-0,1} = 11$$

donc f' est positive sur $[0; 1]$, et donc f est croissante sur $[0; 1]$

3) Initialisation: $n = 0$.

- $v_0 = 6$ et $v_1 = 4,8$.

- $2 \leq 4,8 \leq 6 \leq 6$

donc $P(0)$ est vraie.

Hérédité:

- $2 \leq v_{n+1} \leq v_n \leq 6$

or $v_{n+1} = f(v_n)$, $\forall n \in \mathbb{N}$ et f est croissante sur $[0; 1]$

et donc en particulier sur $[2; 6]$.

$$f(2) \leq f(r_{n+1}) \leq f(v_n) \leq f(6)$$

$$2 \leq v_{n+2} \leq v_{n+1} \leq 4,8 \leq 6$$

donc $2 \leq v_{n+2} \leq v_{n+1} \leq 6$



+ blabla.

4) on a démontré que (v_n) est décroissante et minorée par 2, donc la suite (v_n) est convergente vers une limite l .

$$5) a) f(P) = P.$$

$$\Leftrightarrow -0,05P^2 + 1,1P = P$$

$$\Leftrightarrow -0,05P^2 + 1,1P - P = 0$$

$$\Leftrightarrow -0,05P^2 + 0,1P = 0$$

$$\Leftrightarrow P(-0,05P + 0,1) = 0$$

~~$$P = 0$$~~

ou

$$-0,05P + 0,1 = 0$$

$$P = \frac{-0,1}{-0,05} = 2.$$

or comme (v_n) est minorée
par 2, alors $P = 2$.

b) Donc sur long terme
la population va se stabiliser
à 2000 d'habitants.

Partie C :

$$1) u_n < 3$$

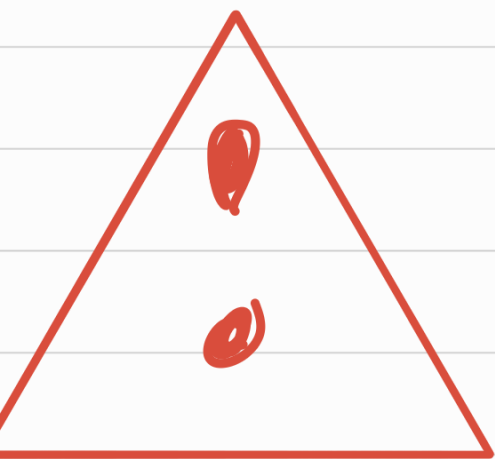
$$\Leftrightarrow 6 \times 0,93^n < 3$$

$$\Leftrightarrow 0,93^n < \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0,93) < \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(1/2)}{\ln(0,93)} \approx \underline{9,55}$$

$\rightarrow 10$



$$P_n(x) \leq 0$$

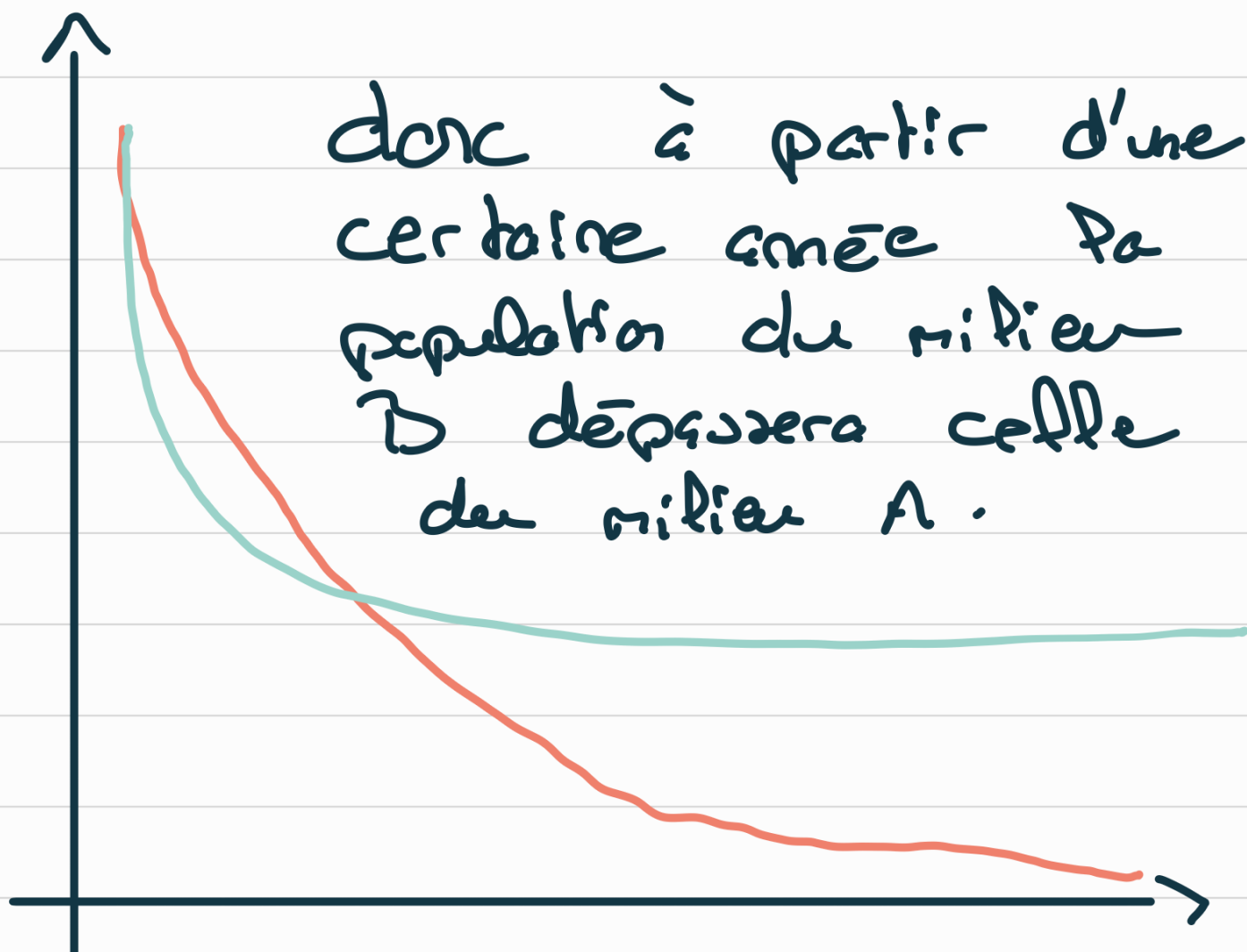
$$\text{pour } x \in]0; 1]$$

donc l'année à partir ...,
et $2025 + 10 = 2035$.

2) $2025 + 6 = 2031$

3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ + décroissante

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$ + décroissante



4)

a)

$$n = 0$$

$$u = 6$$

$$v = 6$$

while $v \leq u$

$$u = u \times 0,53$$

$$v = -0,05 * v * 2 + 1,1 * v$$

$$n = n + 1$$

print (2025 + n).

b) $2025 + 13 = 2038.$