

Arithmétique

Exercice 5

23 points

PARTIE A

Un magasin a reçu 650 poissons dont 350 poissons de type A et 300 poissons de type B. La responsable du magasin souhaite vendre ces poissons par lots de sorte que :

- le nombre de poissons de type A soit le même dans chaque lot;
- le nombre de poissons de type B soit le même dans chaque lot;
- tous les poissons soient répartis dans les lots.

1. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produits de facteurs premiers du nombre 300? ~~Aucune justification n'est demandée.~~

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 5 \times 15$	$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$	$22 \times 3 \times 5^2$

2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 350.
3. Quel nombre maximal de lots la responsable du magasin pourra-t-elle constituer ? PGCD
4. Dans ce cas, combien y aura-t-il de poissons de chaque type dans chaque lot?

1) $300 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3$

2) $350 = 2 \times 5 \times 5 \times 7$

3) on cherche $\text{PGCD}(350; 300)$

$$300 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3$$

$$350 = 2 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$\text{d'où } \text{PGCD}(350; 300) = 2 \times 5 \times 5 \\ = 50$$

donc le nombre maximal est 50 pots.

$$4) \bullet \frac{350}{50} = 7 \rightarrow \text{type A}$$

$$\bullet \frac{300}{50} = 6 \rightarrow \text{type B}$$

Donc il y aura 7 poissons de type A et 6 poissons de type B par pots.

3. A la fin de la journée de collecte des vêtements, l'association a récolté un total de 168 tee-shirts et 63 pantalons. Cette association souhaite réaliser des lots identiques contenant chacun le même nombre de pantalons et le même nombre de tee-shirts en utilisant tous les vêtements donnés.

- Peut-elle réaliser 4 lots? Peut-elle réaliser 3 lots?
- Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 168 et de 63.
- Quel nombre maximum de lots pourra-t-elle réaliser?

a) $\frac{168}{4} = 42$ et $\frac{63}{4} = 15,75$

Handwritten notes: 168 multiple de 4 ✓, 63 pas multiple de 4 ✗

donc 63 n'est pas divisible par 4, et donc on ne peut pas faire 4 lots.

$\frac{168}{3} = 56$ et $\frac{63}{3} = 21$

Handwritten notes: 1+6+8=15 ✓, 6+3=9 ✓

donc 168 et 63 sont divisibles par 3, et donc on peut faire des lots 3.

b) $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$

$$63 = 3 \times 3 \times 7$$

c) $\text{PGCD}(168; 63) = 3 \times 7 = 21$

donc au maximum on peut faire 21.

d) Combien de t-shirts et de pantalons il y aura par lot?

$$\bullet \frac{168}{21} = 8$$

$$\bullet \frac{63}{21} = 3$$

donc il y aura 8 t-shirts et 3 pantalons par lot.