

Suites

• Calcul de termes :

$$• u_n = n^2 + n - 1$$

↳ calculer le ^{image} terme de
 rang 1 .
 _{$x = 1$}

$$u_1 = 1^2 + 1 - 1 = 1.$$

• $u_0 = 2$

$\underbrace{u_{n+1}}_{\text{après}} = 3 \underbrace{u_n}_{\text{avant}} - 4, \text{ pour tout } n \geq 0$

Calculer le terme de rang 1

$\underbrace{u_1}_{\text{après}} = 3u_0 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2.$

Dans chacun des cas suivants, déterminer les termes de rang 0, 1, 2 et 3 de la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par...

Les 4 premiers termes

- $u_n = -7n + 2$
- $v_n = n^2 - 1$
- $w_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$$\bullet u_0 = 2 ; u_1 = -5 ;$$

$$u_2 = -12 ; u_3 = -19$$

$$\bullet v_0 = -1 ; v_1 = 0 ; v_2 = 3$$

$$v_3 = 8$$

$$\bullet w_0 = 1 ; w_1 = \frac{1}{2} ;$$

$$w_2 = \frac{1}{4} ; w_3 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Pour chacune des suites numériques suivantes, calculer les termes de rang 1, 2 et 3.

- $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{u_n + 1} \end{cases}$
- $\begin{cases} v_0 = 256 \\ \text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = \sqrt{v_n} \end{cases}$
- $\begin{cases} w_0 = -3 \\ \text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, w_{n+1} = w_n + n \end{cases}$

$$\bullet \quad u_1 = 2u_0 - 3 = 2 \times 4 - 3 = 5.$$

$$u_2 = 2u_1 - 3 = 2 \times 5 - 3 = 7$$

$$u_3 = 2u_2 - 3 = 2 \times 7 - 3 = 11$$

$$\bullet \quad u_1 = \frac{1}{u_0 + 1} = \frac{1}{3}$$

$$u_2 = \frac{1}{u_1 + 1} = \frac{1}{\frac{1}{3} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{3}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$u_3 = \frac{1}{u_2 + 1} = \frac{1}{\frac{7}{2} + 1}$$

$$= \frac{1}{\frac{9}{2}}$$

$$= \frac{2}{9}$$

$$\bullet \quad v_1 = \sqrt{v_0} = \sqrt{256} = 16$$

$$v_2 = \sqrt{v_1} = \sqrt{16} = 4$$

$$v_3 = \sqrt{v_2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\bullet \quad w_1 = w_0 + 0 = -3$$

$$w_2 = w_1 + 1 = -2$$

$$w_3 = w_2 + 2 = 0$$

Variations de suites

① $u_{n+1} - u_n$

$u_{n+1} - u_n > 0$

(u_n) croissante

$u_{n+1} - u_n \leq 0$

(u_n) décroissante

② u_{n+1} / u_n

$u_{n+1} / u_n > 1$

(u_n) croissante

$u_{n+1} / u_n \leq 1$

(u_n) décroissante

Exercice 3 *

Déterminer le sens de variation de chacune des suites (u_n) définies ci-dessous :

1. Pour tout entier naturel n , $u_n = 0,2n^2 + n - 3$
2. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{3}{n+1}$
3. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{n}{n+1}$
4. $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n - 5$
5. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n^2$

1) $u_{n+1} - u_n$

$$= [0,2(n+1)^2 + (n+1) - 3] - [0,2n^2 + n - 3]$$
$$= 0,2(n^2 + 2n + 1) + n + 1 - 3 - 0,2n^2 - n + 3$$
$$= \cancel{0,2n^2} + 0,4n + \cancel{0,2} + n + 1 - \cancel{3} - \cancel{0,2n^2} - \cancel{n} + \cancel{3}$$
$$= 0,4n + 1,2 > 0, \text{ car } n \in \mathbb{N}$$

donc (u_n) est croissante.

$$2) \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{3}{(n+1)+1}}{\frac{3}{n+1}}$$

$$= \frac{\frac{3}{n+2}}{\frac{3}{n+1}}$$

$$= \frac{\cancel{3}}{n+2} \times \frac{n+1}{\cancel{3}}$$

$$= \frac{n+1}{n+2} < 1$$

petit
grand

remarque : $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{n+2} - \frac{3}{n+1}$

$$= \frac{3(n+1) - 3(n+2)}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{\cancel{3n} + 3 - \cancel{3n} - 6}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{-3}{(n+1)(n+2)} < 0$$

donc (u_n) est décroissante.

3) $u_{n+1} - u_n$

$$= \frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{n+1}$$

$$= \frac{(n+1)(n+1) - n(n+2)}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{\cancel{n^2} + \cancel{2n} + 1 - \cancel{n^2} - \cancel{2n}}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{1}{(n+1)(n+2)} > 0$$

donc (u_n) est croissante.