

Exercice 1 5 points

Partie A

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 400$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,9u_n + 60$.

1. a. Calculer u_1 et u_2 .

$$\begin{cases} u_{n+1} \leq u_n \rightarrow \\ u_n \leq u_{n+1} \rightarrow \end{cases}$$

b. Conjecturer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

2. Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n , on a l'inégalité $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 600$.

3. a. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.

$$60 \leq \underbrace{0,9u_n + 60}_{u_{n+1}} \leq \underbrace{0,9u_{n+1} + 60}_{u_{n+2}} \leq 600$$

b. Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Justifier.

4. On donne une fonction écrite en langage Python :

$$0 \leq 60 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 600$$

```
def mystere(seuil):  
    n = 0  
    u = 400  
    while u <= seuil :  
        n = n + 1  
        u = 0.9 * u + 60  
    return n
```

Quelle valeur obtient-on en tapant dans la console de Python : `mystere(500)` ?

h)

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 60$$

et

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = P = \lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1}$$

$$P = 0,9P + 60$$

$$P = 0,9P + 60$$

$$P - 0,9P = 60$$

$$0,1P = 60$$

$$P = \frac{60}{0,1} = 600.$$