

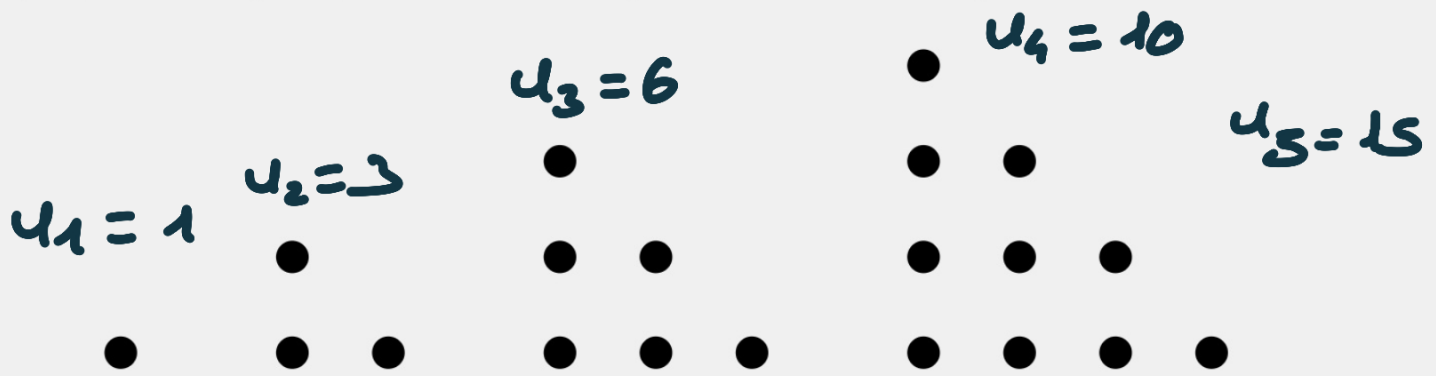
$$u_n = \frac{n-3}{2n+1}$$

$$u_{n+1} = \frac{n+1-3}{2(n+1)+1}$$

$$= \frac{n-2}{2n+3}.$$

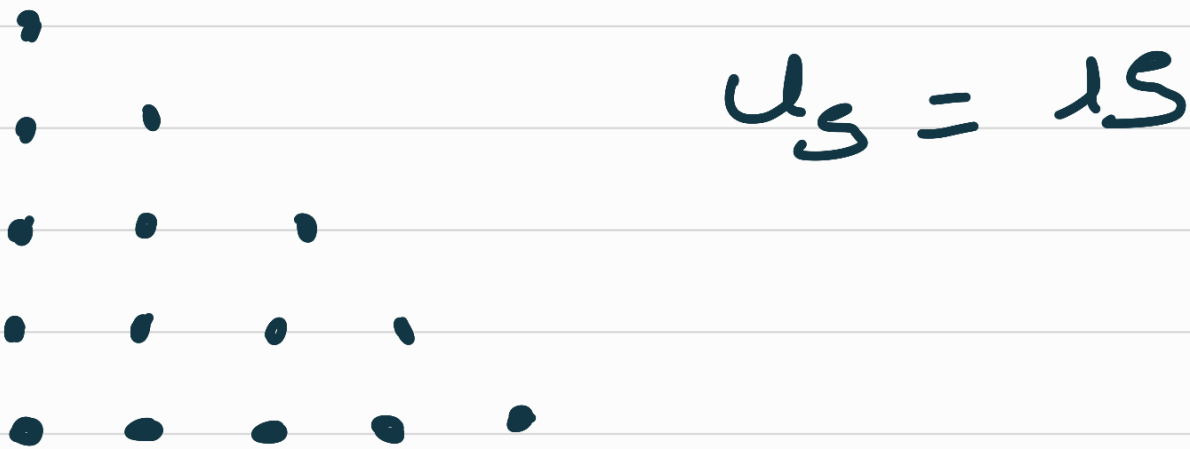
$$\bullet u_{n+1} - u_n =$$

Soit $k \in \mathbb{N}$. On dit que k est un nombre triangulaire s'il est possible de placer k pastilles de manière à représenter un triangle, comme sur la figure ci-dessous. On note u_n le n -ième nombre triangulaire.



1. Que valent u_1 , u_2 et u_5 ?
2. Exprimer la suite (u_n) à l'aide d'une relation de récurrence.

1) $u_1 = 1$ $u_2 = 3$



2) $u_{n+1} = u_n + (n+1)$



$$c_1 = 1$$



$$c_2 = 4$$



$$c_3 = 9$$



$$c_4 = 16$$

On poursuit le procédé illustré ci-dessus.

Définir la suite (c_n) par une formule explicite.

↳ $c_n = n^2, \quad \forall n \geq 1.$

EXERCICE 5

Placement

(6 points)

Alice a reçu 200 000 € en héritage. Elle décide de placer cette somme et trouve un placement au taux annuel de 6 %. Cependant chaque année, elle doit retirer 9 000 € pour payer les impôt dus à ce placement. On appelle C_n le capital en milliers d'€ au bout de n années. Ainsi $C_0 = 200$

1) Expliquer pourquoi la suite (C_n) vérifie la relation : $\forall n \in \mathbb{N}, C_{n+1} = 1,06C_n - 9$.

$$\begin{aligned} \cdot C_n &\longrightarrow C_n \times \left(1 + \frac{6}{100}\right) \\ &= 1,06C_n \end{aligned}$$

$$\cdot 1,06C_n \longrightarrow 1,06C_n - 9.$$

donc $C_{n+1} = 1,06C_n - 9$.

Exercice 35 :

On s'intéresse à l'évolution du nombre d'abonnés d'un réseau social dont l'abonnement est payant annuel.

A la fin 2019, le réseau compte exactement 600 abonnés.

L'administrateur de la plateforme prévoit chaque année que 20 % des anciens abonnés ne se réabonnent.

2000 nouvelles personnes s'abonnent.

On note u_n le nombre d'abonnés sur la plateforme en 2019 + n.

1. Donner la valeur de u_0 , u_1 et u_2 . Interpréter ces valeurs.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

1) $u_0 = 600$

$$u_1 = 600 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) + 2000$$
$$= 2480$$

$$u_2 = 2480 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) + 2000$$
$$= 3284.$$

2) $u_{n+1} = u_n \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) + 2000$

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 2000.$$

Exercices

Exercice 1

Etudier les variations des suites suivantes :

$$1) u_n = \frac{3}{n^2}$$

$$2) u_n = \sqrt{3n+1}$$

$$3) u_n = \frac{2n-1}{n+4}$$

$$4) u_n = \frac{1}{1+n^2}$$

$$5) u_n = n!$$

$$6) u_{n+1} = u_n - 3 \text{ et } u_0 = 0$$

$$7) u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n \text{ et } u_0 = 1$$

$$8) u_{n+1} = 2u_n \text{ et } u_0 = 1$$

$$9) u_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} - n$$

$$10) u_n = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{2n-1}{2n}$$

$$11) u_n = n^3 - 2n^2 - n$$

$$12) u_{n+1} = u_n^2 \text{ et } u_0 = \frac{8}{7}$$

$$13) u_n = 2n + \sin n$$

$$1) u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{3}{(n+1)^2} - \frac{3}{n^2}$$

$$= \frac{3}{n^2 + 2n + 1} - \frac{3}{n^2}$$

$$= \frac{3n^2 - 3(n^2 + 2n + 1)}{n^2(n^2 + 2n + 1)}$$

$$= -6n - 3 / n^2(n^2 + 2n + 1) < 0$$

$$3) u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{2n+1}{n+5} - \frac{2n-1}{n+4}$$

$$= \frac{(2n+1)(n+4) - (2n-1)(n+5)}{(n+5)(n+4)}$$

$$= \frac{2n^2 + 8n + n + 4 - 2n^2 - 10n + n + 5}{(n+5)(n+4)}$$

$$= \frac{9}{(n+5)(n+4)}$$

$$6) u_{n+1} = u_n - 3, u_0 = 0$$

$$u_{n+1} - u_n = u_n - 3 - u_n \\ = -3 < 0$$

donc (u_n) décroissante

4. $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n - 5$
5. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n^2$

$$4) u_{n+1} - u_n = u_n - 2n - 5 - u_n \\ = -2n - 5 < 0$$